Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos de Física e Meteorologia
Primeira Prova de Cálculo 03
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 16/10/2026.

Questão 01. [1,0 pt] Esboce o gráfico de cada função a seguir:

(a) $\vec{f}(t) = (2, \operatorname{sen} t, \cos t)$ (b) $f(x, y) = -y^2$.

Questão 02. Seja a função $f : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y - 2).$$

(a) [0,5 pt] Determine o domínio Ω, esboçando a região do domínio.

(b) [1,0 pt] Verifique se Ω é um aberto do $\mathbb{R}^2$, justificando. Obtenha o fecho de e a fronteira de Ω.

(c) [1,0 pt] Calcule a derivada de f na direção do vetor $\vec{u} = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$.

(d) [1,0 pt] Obtenha a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $P_0(-2, 1, 0)$.

Questão 03 Defina $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ por $f(x, y, z) = x^2 + yz$.

(a) [1,0 pt] Determine $\nabla f(2, 1, -1)$.

(b) [1,0 pt] Sendo $x(r, s) = r + s$, $y(r, s) = rs$ e $z(r, s) = r^2 + s^2$. Determine $\dfrac{\partial f}{\partial r}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial s}$.

Questão 04 Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{3xy - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(a) [1,0 pt] Verifique se esta função é contínua na origem.

(b) [1,0 pt] Calcule as derivadas parciais na origem.

Questão 05. [1,0 pt] Encontre o vetor tangente unitário à curva $\vec{f}(t) = (2\cos t, 4t, 2\operatorname{sen} t)$ no ponto $A(0, 2\pi, 2)$.

Questão 06. Sejam $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e $\vec{g} : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dadas, respectivamente, por

$$f(x, y) = x^3 y^2 \quad \text{e} \quad \vec{g}(x, y) = (\frac{1}{x^2 y}, -\frac{y}{x}).$$

(a) [0,5 pt] Determine o domínio Ω da função $\vec{g}$, desenhando-o.

(b) [1,0 pt] Calcule a matriz jacobiana $d_a\vec{g}$ no ponto $a = (-2, 1)$.

(c) [1,0 pt] Defina $u : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ por

$$u(x, y) = \vec{g}(x, y) \cdot \nabla f(x, y).$$

Em seguida, calcule a derivada direcional de u na direção do vetor $\vec{w} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$.

(d) [1,0 pt] Encontre a equação do plano tangente à superfície S definida por $z = u(x, y)$ no ponto $P(-1, 1, u(-1, 1))$.

—o—o—o