

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Disciplina de Cálculo IV
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 02 de Exercícios - Integrais duplas em regiões retangulares e gerais

1. Calcule cada integral dupla a seguir:

- (a) $\iint_A \sin(x+y) dx dy$, onde $A = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$.
 (b) $\iint_A \frac{xy^2}{1+x^2} dx dy$, onde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2 \text{ e } -3 \leq y \leq 3\}$.
 (c) $\iint_A x \sin xy dx dy$, onde A é o retângulo $0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1$. (Resp. π)

2. Calcule cada integral dupla a seguir:

- (a) $\int_0^3 \int_0^2 (4-y^2) dy dx$ (b) $\int_0^3 \int_{-2}^0 (x^2 y - 2xy) dy dx$
 (c) $\int_{-\pi}^{2\pi} \int_0^{\pi} (\sin x + \cos y) dx dy$ (d) $\int_1^2 \int_y^{y^2} dx dy$
 (e) $\int_0^1 \int_0^{y^2} 3y^3 e^{xy} dx dy$ (f) $\int_1^4 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{3}{2} e^{\frac{y}{\sqrt{x}}} dy dx$

3. Calcule as integrais iteradas:

- (a) $\int_0^1 \int_0^{x^2} (x+2y) dy dx$ (b) $\int_0^1 \int_x^{2-x} (x^2-y) dy dx$ (c) $\int_1^2 \int_y^2 xy dx dy$
 (d) $\int_{-1}^1 \int_{x^2}^{1-x^2} 2x^2 y^2 dy dx$ (e) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_0^{y^2} \sin \frac{x}{y} dx dy$

4. Em cada item a seguir, esboce o domínio Ω e calcule a integral indicada.

- (a) $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1\}$ e $f(x, y) = x^2 y$.
 (b) Ω é o quadrado de vértices em $(1, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ e $(0, -1)$ e $f(x, y) = x e^y$.
 (c) $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sin x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$ e $f(x, y) = y$.
 (d) Ω é o domínio delimitado pela parábola $y = x^2$, o eixo horizontal e a reta $x = 1$ e $f(x, y) = x e^y$.
 (e) Ω é o semicírculo $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0$ e $f(x, y) = y$.

5. Calcule as integrais duplas abaixo (será preciso inverter a ordem de integração)

- (a) $\int_0^{\pi} \int_x^{\pi} \frac{\sin y}{y} dy dx$ (b) $\int_0^x \int_x^2 2y^2 \sin xy dy dx$
 (c) $\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \frac{x e^{2y}}{4-y} dy dx$ (d) $\int_0^1 \int_y^1 \sqrt{1+x^2} dx dy$
 (e) $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$ (f) $\int_1^2 \int_1^2 y e^{xy} dx dy$

6. Calcule o volume do sólido abaixo do plano $x+2y-z=0$ e acima da região limitada por $y=x$ e $y=x^4$.

7. Calcule o volume do sólido abaixo da superfície $z = xy$ e acima do triângulo de vértices em $A(1, 1)$, $B(4, 1)$ e $C(1, 2)$.
8. Calcule o volume do sólido limitado pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e pelos planos $y = z$, $x = 0$, $z = 0$ no primeiro octante.
9. Encontre o volume do sólido que é limitado superiormente pelo cilindro $z = x^2$ e inferiormente pela região delimitada pela parábola $y = 2 - x^2$ e pela reta $y = x$ no plano xy .
10. Calcule o volume do sólido no primeiro octante limitado pelos planos coordenados, pelo plano $x = 3$ e pelo cilindro parabólico $z = 4 - y^2$.