



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPEL - Cobalto.**

### IDENTIFICAÇÃO

Componente Curricular	11100060 - CÁLCULO 3 - T3
Período	2026/1
Unidade	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Distribuição de créditos	T (6) P (0) E (0) D (0)
Total de créditos	6
Distribuição de horas	T (90) P (0) E (0) D (0)
Total de horas	90

### DOCENTES

Nome	Carga Horária (horas-aula)						Vínculo
	T	P	E	D	EX	Total	
MAURICIO ZAHN	108	0	0	0	0	108	Professor responsável pela turma

### OFERTADA PELO(S) SEGUINTE(S) CURSO(S)

Colegiado	Código - Nome do Curso	Grau	Nível
Colegiado do Curso de Engenharia de Materiais	6100 - Engenharia de Materiais	Bacharelado	GRADUAÇÃO
Colegiado do Curso de Engenharia Hídrica	6400 - Engenharia Hídrica	Bacharelado	GRADUAÇÃO
Colegiado do Curso de Engenharia de Computação	3910 - Engenharia de Computação	Bacharelado	GRADUAÇÃO

### INFORMAÇÕES DO PLANO

#### Objetivo

- Gerais:
- As habilidades que, espera-se, o aluno virá a desenvolver ao longo do curso, podem ser colocadas em três níveis:
1. Compreensão dos conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral de funções reais e vetoriais de várias variáveis.
  2. Habilidade em aplicá-los a alguns problemas dentro e fora da Matemática.
  3. Refinamento matemático suficiente para compreender a importância e a necessidade das demonstrações, assim como a cadeia de definições e passos intermediários que as compõem, criando a base para o estudo de disciplinas posteriores.

#### Específicos:

- Compreender os conceitos, as propriedades de continuidade e diferenciabilidade, das funções reais (escalares) de várias variáveis reais e das funções vetoriais de uma e várias variáveis reais.
- Estudar o conceito de derivada direcional e gradiente e aplicá-los à construção do plano tangente e ao encontro de extremos locais.
- Estudar integrais duplas e triplas e seus métodos de cálculo.
- Estudar integrais de linha e superfície e suas aplicações geométricas e físicas.
- Estudar os teoremas de Green, Gauss e Stokes e seus significados físicos.

#### Ementa

Funções reais de várias variáveis reais. Limite e continuidade. Derivadas parciais e diferenciabilidade. Derivada direcional e gradiente. Fórmula de Taylor. Extremos locais e globais. Funções vetoriais de várias variáveis. Divergência e rotacional. Integrais múltiplas e suas aplicações. Integral de Linha e de superfície e suas aplicações. Teoremas integrais.

#### Programa

Unidade 1- Funções vetoriais de uma variável:

- 1.1. Definição, Curvas em  $R^n$ ;
- 1.2. Coordenadas cartesianas, esféricas e cilíndricas;
- 1.3. Limite, Continuidade e Diferenciabilidade de funções vetoriais de uma variável;
- 1.4. Comprimento de arco;
- 1.5. Aplicações à Física;
- 1.6. Superfícies quádricas.

Unidade 2 – Funções reais (escalares) de várias variáveis (ou Campos Escalares):

- 2.1. Funções reais de várias variáveis: definição, exemplos e representação gráfica;
- 2.2. Limite e continuidade: local e global (topologia elementar do  $R^n$ );
- 2.3. Derivadas parciais, diferenciais e diferenciabilidade, interpretação geométrica;
- 2.4. Relação entre continuidade e diferenciabilidade;
- 2.5. A regra da cadeia e o teorema do valor médio;
- 2.6. A Derivada Direcional e o Gradiente, interpretação Geométrica;
- 2.7. Derivadas parciais e diferenciais de ordem superior;
- 2.8. A Classificação de pontos críticos para funções de duas variáveis e os Multiplicadores de Lagrange;



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPel - Cobalto.**

### Programa

2.9. Fórmula de Taylor.

#### Unidade 3 – Integração Múltipla

- 3.1. Integral Dupla e o seu cálculo através de Integrais Iteradas (Teorema de Fubini);
- 3.2. Mudança de variáveis na Integral Dupla;
- 3.3. Integral Tripla e o seu cálculo através de Integrais Iteradas;
- 3.4. Mudança de variáveis na Integral Tripla;
- 3.5. Aplicações geométricas e físicas das Integrais Múltiplas; Integrais de funções dependentes de um parâmetro e Integrais múltiplas impróprias;

#### Unidade 4 – Funções Vetoriais de Várias Variáveis (ou Campos Vetoriais).

- 4.1. Definição, exemplos;
- 4.2. Limites e Continuidade;
- 4.3. Divergência e Rotacional;
- 4.4. Integrais de Linha e independência do Caminho;
- 4.5. O Teorema de Green;
- 4.6. Campos Conservativos;
- 4.7. Superfícies Parametrizadas;
- 4.8. Área de uma Superfície;
- 4.9. Integral de Superfície de um Campo Escalar e de um Campo Vetorial;
- 4.10. O Teorema da Divergência de Gauss;
- 4.11. O Teorema de Stokes.

### Metodologia

O conteúdo será exposto no quadro, digitalmente. Expliquemos isto: a aula é desenvolvida na sala de aula, onde o professor escreve e explica a matéria escrevendo-a em um tablet, sendo o conteúdo escrito projetado no quadro, como se estivesse escrevendo no quadro. Vantagens desse procedimento: vai sendo feito um material pdf para os alunos terem como referência de estudos, o professor pode usar recursos computacionais e mostrar em sala, e os alunos não têm a necessidade de copiar, visto que o pdf produzido em sala será imediatamente postado na página da disciplina.

### Critérios e métodos de avaliação

Serão realizadas três provas ao longo do semestre mais uma coleção de miniavaliações que serão realizadas nas sextas feitas, onde, a média destas resultará em uma quarta nota. O critério para aprovação será o padrão estabelecido pela UFPel (média das provas ser superior ou igual a 7,0 para aprovação direta e 5,0 para aprovação em exame, sendo que para a realização deste, a média semestral deverá ser maior ou igual a 3,0).

### Bibliografia básica

- ANTON, H.; Bivens, I.; Davis, S. Cálculo. Vol.2. 10.ed. Porto Alegre: Bookman, 2014. ISBN: 9788582602461. E-book.
- LEITHOLD, L. Cálculo com geometria analítica. Vol.2. 3.ed. São Paulo: Harbra, 1994.
- STEWART, J. Cálculo. Vol.2. 9.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2022. ISBN: 9786555584103. E-book.

### Bibliografia complementar

- ÁVILA, G. S. S. Cálculo: funções de varias variáveis, Vol.3. 7.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.
- MCCALLUM, W.G.; Hughes-Hallet, D.; Gleason, A. A. Cálculo de várias variáveis. São Paulo: Blucher, 1997. ISBN: 9788521217879. E-book.
- ROGAWSKI, J.; Adams, C. Cálculo. Vol.2. Porto Alegre: Bookman, 2018. ISBN: 9788582604588. E-book.
- RUDIN, W. Principles of mathematical analysis. 3.ed. New York: McGraw-Hill, 1976.
- THOMAS, G. B.; Weir, M. D.; Hass, J. Cálculo, Vol.2. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2012.

### Outras informações

### CRONOGRAMA

Data	Tópico abordado
23/03/2026	Apresentação da disciplina. Espaços métricos. Bolas abertas e fechadas em um espaço métrico.
25/03/2026	Interior de um conjunto. Conjuntos abertos. Sequências em um espaço métrico. Ponto aderente de um conjunto. Fecho e conjunto fechado. Fronteira de um conjunto. Ponto de acumulação. Conjunto compacto.
27/03/2026	Introdução às funções de várias variáveis reais de $R_m$ em $R_n$ . Funções vetoriais. Exemplos de gráficos.
30/03/2026	Limites e derivadas de funções vetoriais. Domínio de funções escalares de $R^2$ em $R$ .
01/04/2026	Gráficos de funções de $R^2$ em $R$ .



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPel - Cobalto.**

### CRONOGRAMA

Data	Tópico abordado
03/04/2026	Feriado (Sexta-Feira Santa)
06/04/2026	Limites de funções de $R_m$ em $R_n$ .
08/04/2026	Limites por caminhos. O teorema do Sanduíche.
10/04/2026	Continuidade em $R_m$ . Teorema de Weierstrass.
13/04/2026	Derivadas parciais. Conceito e exemplos. Significado geométrico da derivada parcial.
15/04/2026	Derivadas de ordem mais alta. Teorema de Schwarz.
17/04/2026	Diferenciabilidade no $R_m$ . A matriz Jacobiana.
20/04/2026	Diferenciabilidade, parte 2.
22/04/2026	Aula de exercícios.
24/04/2026	Prova 01.
27/04/2026	Incrementos. Conceito de diferenciabilidade via incrementos. O diferencial total. Teorema da regra da cadeia, parte 1.
29/04/2026	Regra da Cadeia, parte 2.
01/05/2026	Feriado
04/05/2026	Derivada direcional e o vetor gradiente.
06/05/2026	Plano tangente a uma superfície. Extremos relativos e absolutos de funções escalares a várias variáveis.
08/05/2026	Pontos críticos. Classificação de extremos relativos pelo teste da derivada parcial segundo, via matriz Hessiana.
11/05/2026	Fórmula de Taylor com resto na forma de Lagrange, para funções de $R^2$ em $R$ .
13/05/2026	Aula de exercícios.
15/05/2026	Blocos em $R_m$ . Partição de um bloco. Refinamento. Somas superior e inferior de uma função limitada em um bloco.
18/05/2026	Integrais inferior e superior. A integral definida. Critério de integrabilidade. Exemplos de cálculo via somas de Riemann.
20/05/2026	Propriedades da integral definida em um bloco. Conjunto de medida nula. O Teorema de Lebesgue. A função característica e conjuntos Jordan-mensuráveis. A integral definida em um conjunto Jordan-mensurável.
22/05/2026	O Teorema de Lebesgue para conjuntos $J$ mensuráveis. A integral de Riemann. Integrais duplas em regiões retangulares.
25/05/2026	Integrais duplas em regiões mais gerais.
27/05/2026	Aula de exercícios
29/05/2026	Aula de exercícios.
01/06/2026	Prova 02
03/06/2026	Mudança de ordem de integração. Área de uma região do plano. O teorema da média.
05/06/2026	Ponto Facultativo (Port. MGI 11460/2025)
08/06/2026	Demonstração do Teorema da média. O sistema de coordenadas polares. Integrais duplas em coordenadas polares.
10/06/2026	Exemplos de cálculo de integrais duplas via coordenadas polares. Mudança geral de coordenadas.
12/06/2026	Exemplos de integrais usando mudança de coordenadas. Integrais impróprias de primeiro e segundo tipo.
15/06/2026	Exemplos de integrais impróprias. Integrais triplas.
17/06/2026	Exemplos de cálculo de volumes por integrais triplas. Mudança geral de variáveis para integrais triplas.



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPel - Cobalto.**

### CRONOGRAMA

Data	Tópico abordado
19/06/2026	Exemplos de aplicação de cálculo de mudança de coordenadas. Sistemas de coordenadas cilíndricas e esféricas e o cálculo de integrais triplas nesses sistemas.
22/06/2026	Aula de Exercícios.
24/06/2026	Campos vetoriais. Campos gradientes. Divergente de um campo vetorial.
26/06/2026	Rotacional de um campo vetorial. integral de linha.
29/06/2026	Independência da parametrização na integral de linha. curvas simples e não simples. Teorema Fundamental do Cálculo para Campos gradientes.
01/07/2026	Integral de linha em caminhos fechados. O teorema de Green.
03/07/2026	Exemplos de uso do Teorema de Green. Curva parametrizada pelo comprimento de arco. Versões vetoriais do Teorema de Green: teoremas da divergência e de Stokes.
06/07/2026	Aula de exercícios
08/07/2026	Superfícies em $\mathbb{R}^3$ .
10/07/2026	Área de superfícies.
13/07/2026	Integrais de superfície.
15/07/2026	Aula de exercícios.
17/07/2026	Aula de exercícios.
20/07/2026	Revisão.
22/07/2026	Aula de exercícios.
24/07/2026	Prova 03.