

Ministério da Educação
Universidade Federal de Pelotas
Disciplina de Cálculo 1A
Prof. Dr. Maurício Zahn

Lista 08 de Exercícios - Integrais indefinidas e definidas

1. Calcule cada integral indefinida a seguir (algumas respostas já estão ao lado)

(a) $\int \left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}}{4} \right) dx = 6\sqrt{x} - \frac{1}{10}x^2\sqrt{x} + c$

(b) $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + c$

(c) $\int \frac{\sin 2x dx}{(1 + \cos 2x)^2} = \frac{1}{2(1 + \cos 2x)} + c$

(d) $\int \frac{dx}{5 - 2x} = -\frac{1}{2} \ln |5x - 7| + c$

(e) $\int \frac{e^x dx}{3 + 4e^x} = \frac{1}{4} \ln |3 + 4e^x| + c$

(f) $\int \frac{dx}{1 + 2x^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan(\sqrt{2}x) + c$

(g) $\int \frac{dx}{4 - 9x^2} = \frac{1}{12} \ln \left| \frac{2 + 3x}{2 - 3x} \right| + c$

(h) $\int \frac{dx}{(1 + x^2) \arctan x} = \ln |\arctan x| + c$

(i) $\int \frac{2z dz}{\sqrt[3]{z^2 + 1}} = \frac{3}{2}(z^2 + 1)^{\frac{2}{3}} + c$

(j) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}$

(k) $\int \frac{1}{t^2} e^{\frac{1}{t}} dt$

(l) $\int \sin x \sin(\cos x) dx$

2. Calcule cada integral abaixo, efetuando completamento de quadrado perfeito:

(a) $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 8}$

(b) $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 1}$

(c) $\int \frac{(3x - 5)dx}{x^2 - 4x + 8}$

(d) $\int \frac{(4x - 9)dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 11}}$

3. Resolva cada equação diferencial abaixo.

(a) $y' = \frac{3x + 1}{1 - 2y}$

(b) $y' = \sqrt[3]{2xy^2}$

4. Resolva cada problema de valor inicial abaixo:

(a) $y' = 2x - 7, \quad y(2) = 0$

(b) $y' = (y^2 + 1)\sqrt{2x + 1}, \quad y(0) = 1$

5. Seja K a constante de equilíbrio para a formação de CO_2 e H_2 a partir de CO e H_2O para uma dada temperatura T . Da Termodinâmica sabe-se que

$$\frac{d}{dT} \ln K = \frac{\Delta H^*}{RT^2}.$$

Assumindo que ΔH^* independa da temperatura, integre a equação acima para mostrar que $\ln K$ varia com a temperatura T . (Resp.: $\ln K = -\frac{\Delta H^*}{RT} + c$)

6. Numa certa região bárbara, duas tribos vizinhas têm-se odiado desde os tempos primitivos. Sendo povos bárbaros, seus poderes de crença são fortes e uma solene praga rogada pelo curandeiro da primeira tribo enlouquece os membros da segunda tribo conduzindo-os ao assassínio e suicídio. Se a taxa de variação da população P da segunda tribo é $-\sqrt{P}$ pessoas por semana e se a população é de 676 quando a praga é rogada, quando eles estarão todos mortos?
7. **(Decaimento radioativo)** Se N é o número de átomos radioativos presente num certo material em um instante de tempo t , então, a equação que descreve o decaimento é dada por

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

que estabelece que a variação de caimento do material radioativo em relação ao tempo é proporcional à massa de material radioativo no referido instante de tempo, onde λ é a constante de decaimento. Se N_0 é o número de átomos radioativos no instante inicial $t = 0$ e N é o número de átomos no instante t , mostre que a equação acima determina $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

8. Calcule cada integral definida a seguir.

(a) $\int_{-2}^0 3x\sqrt{4-x^2}dx$

(b) $\int_{-2}^5 |x-3|dx$

(c) $\int_{-3}^3 \sqrt{3+|x|}dx$

(d) $\int_0^\pi \cos \frac{x}{2} dx$

(e) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 2x + \cos 3x)dx$

(f) $\int_4^9 \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

9. Determine a área das regiões compreendidas entre os pares de curvas abaixo:

(a) $y = x^2 - 2$ e $y = 2$

(b) $y = 7 - 2x^2$ e $y = x^2 + 4$

(c) $y = |x^2 - 4|$ e $y = \frac{x^2}{2} + 4$

(d) $y = 2 \sin x$ e $y = \sin 2x$

10. Determine a área da região no primeiro quadrante delimitada pelas retas $y = x$ e $x = 2$, a curva $y = \frac{1}{x}$ e o eixo horizontal.
11. Determine a área da região entre a curva $y = 3 - x^2$ e a reta $y = -1$.
12. Ache a área da região limitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = -x^2 + 4x$. (Resp.: $\frac{8}{3}$).
13. Calcule a área entre $y = x^3$ e a sua tangente em $x = 1$.
14. Encontre a área da região limitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = 1 - x^2$