

**Fundação Universidade Federal de Pelotas**

**Curso de Agronomia**

**Disciplina de Cálculo 1A**

**Prof. Dr. Maurício Zahn**

**Lista 06 de Exercícios - Problemas de Máximos e Mínimos**

1. Um agricultor dispõe de 200 m de cerca para delimitar um terreno retangular destinado ao plantio de hortaliças. Quais as dimensões desse terreno para que a área seja máxima?
2. Deseja-se construir um silo cilíndrico usando 20 m<sup>2</sup> de material para a superfície lateral (sem tampa). Qual deve ser o raio para que o volume seja máximo?
3. A perda diária de água (em mm) em uma lavoura irrigada é modelada por  $L(t) = t^2 - 8t + 25$ , onde  $t$  é o horário de irrigação (em horas, após 6h da manhã). Determine o horário em que a perda é mínima.
4. Deseja-se construir uma estufa retangular encostada em um galpão, usando 120 m de material para os três lados restantes. Determine as dimensões que maximizam a área interna. (Resp.: comprim. 30 m e largura 15 m)
5. Um fabricante pretende construir uma caixa retangular a partir de uma lâmina de 8cm×5cm, cortando um quadrado de cada um de seus cantos. Ache o lado desse quadrado para que o volume da caixa a ser construída seja máximo. (Resp. 1cm).
6. Um pedaço de arame com 10 m de comprimento é cortado em duas partes. Uma delas é curvada na forma circular e a outra, na forma de um quadrado. Como dividir o fio de tal modo que a área combinada das duas figuras seja a menor possível?  
(Resp. raio da circunferência:  $\frac{5}{\pi+4}$  m; lado do quadrado:  $\frac{10}{\pi+4}$  m).
7. Um fazendeiro dispõe de 600 m de material para cercar um pasto retangular adjacente a um muro já existente. Ele planeja construir uma cerca paralela ao muro, duas cercas formando as extremidades laterais e uma quarta cerca (paralela às duas últimas) para dividir o cercado em duas partes iguais. Qual é a área máxima que pode ser cercada?
8. Ache o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com 10 cm de altura e 6 cm de raio.
9. Se 1200 cm<sup>2</sup> de material estiverem disponíveis para fazer uma caixa com base quadrada e sem tampa, encontre o maior volume possível para fazer tal caixa (considere o material sendo um quadrado de área 1200 cm<sup>2</sup>).  
(Resp. altura da caixa:  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  cm; lado:  $\frac{40\sqrt{3}}{3}$  cm).
10. Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito em um triângulo retângulo com catetos de comprimentos 3 cm e 4 cm, se dois lados do retângulo estiverem sobre os catetos.  
(Resp. A área máxima será 3 cm<sup>2</sup>).
11. A taxa (em mg de carbono/m<sup>3</sup>/h) na qual a fotossíntese ocorre para uma espécie de fitoplâncton é modelada pela função

$$p = \frac{100I}{I^2 + I + 4}$$

onde  $I$  é a intensidade de luz (medida em milhares de velas). Para qual intensidade de luz  $p$  é máximo? (Resp.  $I = 2$ ).

12. Encontre o número positivo tal que a soma dele com o seu inverso seja tão pequena quanto possível.
13. Numa dada comunidade, uma certa epidemia alastrase de tal forma que  $x$  meses após o seu início,  $P\%$  da população estará infectada, onde

$$P = \frac{30x^2}{(1+x^2)^2}.$$

Em quantos meses o número de infectados atingirá o máximo e que porcentagem da população esse número representa? (Resp. 1 mês,  $P = 7,5\%$ ).

14. Se uma lata fechada com volume  $16\pi \text{ cm}^3$  deve ter a forma de uma cilindro circular reto, ache a altura e o raio, se um mínimo de material deve ser usado em sua fabricação. (Resp.  $R = 2 \text{ cm}$  e  $h = 4 \text{ cm}$ ).
15. Calcular o volume máximo do cilindro circular reto que pode ser inscrito em um cone de 12cm de altura e 4cm de raio da base, de modo que os eixos do cilindro e do cone coincidam. (Resp.  $R = \frac{8}{3} \text{ cm}$  e  $h = 4 \text{ cm}$ , e portanto  $V = \frac{256\pi}{9} \text{ cm}^3$ ).
16. Faça um estudo completo de cada função abaixo, determinando domínio, zeros, assíntotas (se existirem), pontos críticos, intervalos de crescimento e decrescimento, pontos de máximos e mínimos, concavidades e pontos de inflexão.

(a)  $f(x) = x^4 - 2x^3$

(b)  $f(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 4$

(c)  $f(x) = \frac{2-x}{x-3}$

(d)  $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$

(e)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(f)  $f(x) = \frac{x^3}{x^3-1}$