

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Disciplina de Álgebra Linear I
Lista 06 de Exercícios - Mudança de base
Prof. Dr. Maurício Zahn

1. Mostre que cada conjunto a seguir é uma base para o \mathbb{R}^2 . Em seguida, determine as coordenadas do vetor $\vec{u} = (6, 2)$ em relação a cada uma das bases dadas.
- (a) $\alpha = \{(3, 0); (0, 3)\}$ (b) $\beta = \{(1, 2); (2, 1)\}$
(c) $\gamma = \{(1, 0); (0, 1)\}$ (d) $\delta = \{(0, 1); (1, 0)\}$

2. Quais são as coordenadas de $\vec{u} = (1, 0, 0)$ em relação à base

$$\beta = \{(1, 1, 1); (-1, 1, 0); (1, 0, -1)\}$$

do \mathbb{R}^3 ?

3. Determinar as coordenadas do vetor $u = (2, 1, 4) \in \mathbb{R}^3$ em relação às bases:
- (a) canônica; (b) $\beta = \{(1, 1, 1); (1, 0, 1); (1, 0, -1)\}$.
4. Mostre que os vetores $v_1 = (2, 6, 3)$, $v_2 = (1, 5, 4)$ e $v_3 = (-2, 1, 7)$ formam uma base do \mathbb{R}^3 . Expresse o vetor $v = (3, 7, 1)$ como uma combinação linear de v_1, v_2 e v_3 . Quais são as coordenadas de v em relação à base $\{v_1, v_2, v_3\}$?
5. Determinar as coordenadas do vetor $\vec{u} = (x, y, z)$ em relação a cada base do \mathbb{R}^3 dada.

(a) $\beta = \{(1, 1, -1); (1, -1, 1); (-1, 1, 1)\}$

(b) $\beta = \{(1, 0, 0); (1, 2, 1); (0, 5, 2)\}$

6. **(Sel. Mestrado UFSM 2013/2)** Seja $\beta = \{v_1, v_2, v_3\} \subset \mathbb{C}^3$, onde $v_1 = (1, 0, -i)$, $v_2 = (1 + i, 1 - i, 1)$ e $v_3 = (i, i, i)$. Mostre que β é uma \mathbb{C} -base de \mathbb{C}^3 . Encontre as coordenadas de um vetor $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$ em relação a esta base.

7. Considere as bases β e γ do espaço vetorial \mathbb{R}^2 :

$$\beta = \{(1, 1); (0, -1)\} \quad \text{e} \quad \gamma = \{(1, 2); (-1, 3)\}.$$

Obtenha a matriz de mudança de base $[I]_{\beta}^{\gamma}$. Em seguida, dado o vetor \vec{u} tal que $[\vec{u}]_{\gamma} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$, obtenha $[\vec{u}]_{\beta}$ usando a matriz da mudança.

8. Ache a matriz de mudança de base da base $\beta = \{(1, 1, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 3)\}$ para a base canônica do \mathbb{R}^3 .
9. Ache a matriz de mudança de base da base $\beta = \{(1, 1, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 3)\}$ para a base $\gamma = \{(1, 1, 1); (1, 0, 1); (1, 0, -1)\}$ do \mathbb{R}^3 . Ache também a matriz de mudança da base γ para a base β .
10. No espaço \mathbb{R}^2 consideremos as bases $\beta = \{e_1, e_2, e_3\}$ (canônica) e $\gamma = \{g_1, g_2, g_3\}$ relacionadas da seguinte maneira:

$$g_1 = e_1 + e_3$$

$$g_2 = 2e_1 + e_2 + e_3$$

$$g_3 = e_1 + e_2 + e_3.$$

Determinar as matrizes de mudança de base de β para γ e de γ para β .