

Universidade Federal de Pelotas
Curso de Engenharia Agrônômica
Disciplina de Cálculo 1 - A
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 4 de Exercícios - Continuidade. Derivação

1. Verifique se cada função abaixo é contínua no ponto indicado:

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}, & \text{se } x < 2 \\ 1 + x^2, & \text{se } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{no ponto } x = 2.$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x^2-5x}, & \text{se } x \neq 5 \\ 4, & \text{se } x = 5 \end{cases} \quad \text{no ponto } x = 5.$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} \frac{|x+4|}{x+4}, & \text{se } x \neq -4 \\ 2, & \text{se } x = -4 \end{cases} \quad \text{no ponto } x = -4.$$

$$(e) f(x) = \begin{cases} \frac{8+x^3}{20-5x^2}, & \text{se } x > -2 \\ 4x+11, & \text{se } x \leq -2 \end{cases} \quad \text{no ponto } x = -2.$$

2. Determine o valor de $m \in \mathbb{R}$ tal que a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & \text{se } x < 3 \\ mx + 1, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

seja contínua em $x = 3$.

3. Usando apenas a definição de derivada, obtenha a função derivada de cada função a seguir e a equação da reta tangente ao gráfico de f em cada ponto x_0 indicado

$$(a) f(x) = \sqrt{1-3x}, x_0 = -1$$

$$(b) f(x) = x^2 - 2x, x_0 = 2$$

$$(c) f(x) = x - \sqrt{x}, x_0 = 4$$

4. Usando as regras de derivação estudadas em aula, calcule a derivada de cada função abaixo.

$$(a) f(x) = -3x^4 - 5x^2 - x + 7$$

$$(b) f(x) = (3x^2 - 5x + 2)(1 - x - x^2)$$

$$(c) f(x) = \frac{3x-1}{1-4x}$$

$$(d) f(x) = \ln(4x^2 - 5x + 3)$$

$$(e) f(x) = \frac{\ln(3x-1)}{x^2-5x+3}$$

$$(f) f(x) = (4x-3)^5 - \ln(1-x)$$

$$(g) f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$$

$$(h) f(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(i) f(x) = x^2 \sin x$$

$$(j) f(x) = 2x + \ln(\cos(1-2x))$$

$$(k) f(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$$

$$(l) f(x) = \frac{\sin \sqrt{x}}{1 - \tan \sqrt{x}}$$

5. Uma carga de dinamite lança uma pedra pesada para cima com uma velocidade de lançamento de 160 pés/s. A pedra atinge uma altura de $S(t) = 160t - 16t^2$ pés após t segundos.

(a) Qual a altura máxima atingida pela pedra?

(b) Quais são a velocidade e o módulo da velocidade da pedra quando ela está à 256 pés do solo na subida? E na descida?

(c) Quando a pedra atingirá o solo novamente?

6. No instante $t \geq 0$, a velocidade de um corpo que se desloca ao longo do eixo s é $v = t^2 - 4t - 3$. Determine a aceleração do corpo toda vez que a velocidade for nula.
7. Uma bola de bilhar é atingida e movimenta-se em linha reta. Se s cm for a distância da bola de sua posição inicial após t segundos, então $s = 100t^2 + 100t$. Com qual velocidade a bola atingirá a tabela da posição inicial que está a 39 cm?
8. O deslocamento, em metros, de uma partícula movendo-se ao longo de uma reta é dado pela equação do movimento $s = \frac{1}{t^2}$, onde t é medido em segundos. Encontre a velocidade da partícula nos instantes $t = 1$ s, $t = 2$ s e $t = 3$ s.
9. A força F , em Newtons, entre duas cargas é $F = \frac{100}{r^2}$, onde r é a distância, em metros, entre elas. Determine $F'(t)$ em $t = 10$ segundos, se a distância r é dada por $r = 1 + 0,4t^2$.
10. A lei de Boyle para expansão de um gás é $PV = c$, onde P é a pressão em quilogramas força por unidade de área, V é o número de unidades de volume do gás e c é uma constante. Mostre que V decresce a única taxa proporcional ao inverso do quadrado de P .
11. Da lei de Boyle para expansão de um gás do exercício anterior, ache a taxa de variação instantânea V em relação a P , quando $P = 4$ e $V = 8$.