

Universidade Federal de Pelotas
Curso de Engenharia Agrônoma
Disciplina de Cálculo I - A
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 1 de Exercícios - Números reais

1. Efetue as operações com intervalos indicadas em cada item abaixo.

- (a) $(1, 3) \cup [3, 4]$ (b) $(2, 5] \cap (-\infty, 3)$ (c) $(-1, 3] \setminus [3, 4)$
(d) $[1, 4]^c \cup (2, +\infty)$ (e) $[-1, 1] \cap [0, 2]^c$ (f) $([3, 4] \setminus (-\infty, 3]^c)^c$

2. Dados os intervalos $A = [-3, 2]$, $B = (-1, 6)$ e $C = (-\infty, -1)$, obtenha o resultado de cada operação abaixo:

- (a) $A \cup B$ (b) $A \setminus B$ (c) $A \cup C$ (d) $A \setminus C$ (e) $B \setminus A$ (f) $B^c \setminus (B \cap C)$

3. Prove cada afirmação a seguir caso seja verdadeira, ou exiba um contra-exemplo caso seja falsa:

- (a) A soma de dois números racionais é sempre racional.
(b) A soma de dois números irracionais é sempre irracional.

4. Mostre que $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{3}$.

5. Provar que $\sqrt{3}$ é irracional.

6. Dados a, b, ε no corpo dos reais, onde $\varepsilon > 0$, mostre que

$$|a - b| < \varepsilon \Rightarrow |b| - \varepsilon < |a| < |b| + \varepsilon.$$

7. Mostre que no corpo dos reais valem as desigualdades:

- (a) $|xy - ab| \leq |x||y - b| + |b||x - a|$
(b) $|xy - ab| \leq (|x - a| + |a|)|y - b| + |b||x - a|$

8. Encontre os valores de $x \in \mathbb{R}$ que verificam cada desigualdade abaixo.

- (a) $5x + 2 > x - 6$ (b) $3x - 5 < \frac{3}{4}x + \frac{1-x}{3}$ (c) $2 \leq 5 - 3x \leq 11$
(d) $\frac{2}{1-x} \leq 1$ (e) $\frac{1}{3x-7} \geq \frac{4}{3-2x}$ (f) $|2x - 4| \leq 2$
(g) $\left| \frac{2-x}{3x-1} \right| \leq \frac{2}{3}$ (h) $\left| \frac{1}{x-2} - \frac{x}{3} \right| \leq 1$ (i) $\left| \frac{2x-4}{2-3x} \right| \leq \frac{1}{4}$