

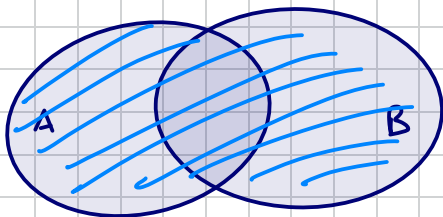
No final da aula passada estudamos o conceito de intervalos em $\mathbb{R}$.

Ao que segue, vamos definir as principais operações com intervalos (de fato, são operações com conjuntos, mas o nosso objeto de interesse é em intervalos).

Def-1 Sejam A, B dois conjuntos não vazios (intervalos), definimos:

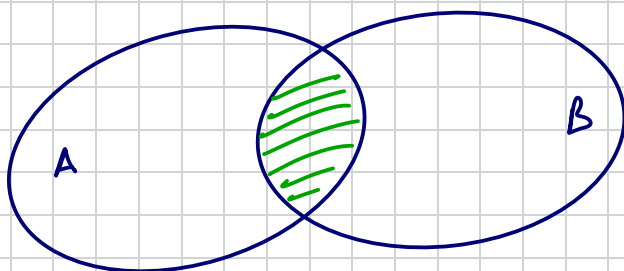
- $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} : x \in A \text{ ou } x \in B\}$, i.e., a união entre A e B é o conjunto dos elementos que pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos em questão.

Existe uma representação simbólica (ou em diagramas) para $A \cup B$:



$A \cup B$ está
sombreado.

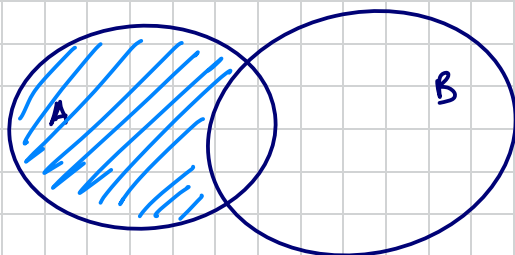
- $A \cap B = \{x \in \mathbb{R}: x \in A \text{ e } x \in B\}$; ou seja, a interseção entre A e B é o conjunto dos elementos comuns a A e a B .



$A \cap B$ está
sombreado

- $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R}: x \in A \text{ e } x \notin B\}$; ou seja, é o conjunto dos elementos que estão em A e que não estão em B .

Em diagrama, temos:

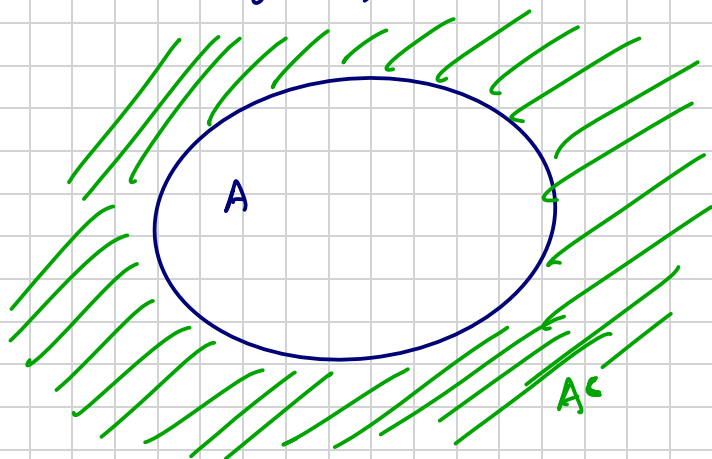


$A \setminus B$ está
sombreado.

outra notação: $A \setminus B = A - B$.

• $A^c = \{x \in \mathbb{R} : x \notin A\}$. Ou seja, A^c é o conjunto dos elementos que estão fora de A .

Em diagrama, tem-se:



A^c está sombreada.

Vejam os alguns exemplos de aplicação:

(a) $A = [-2, 3)$; $B = (1, 5]$.

Obtenha:

(a) $A \cap B$.

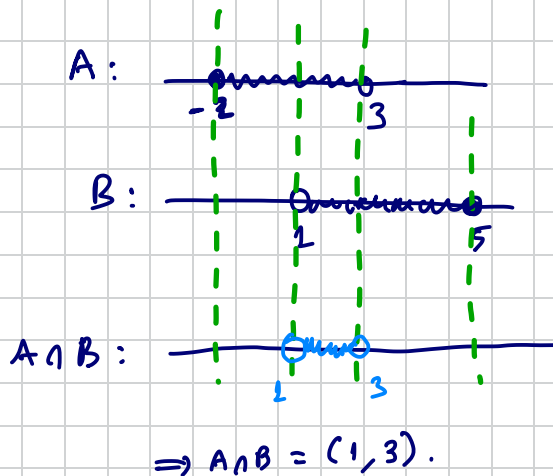
(c) $A \setminus B$.

(b) $A \cup B$.

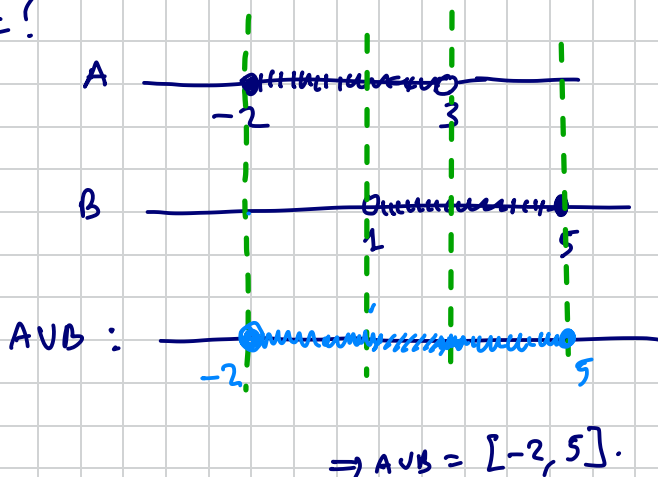
(d) B^c .

Solução:

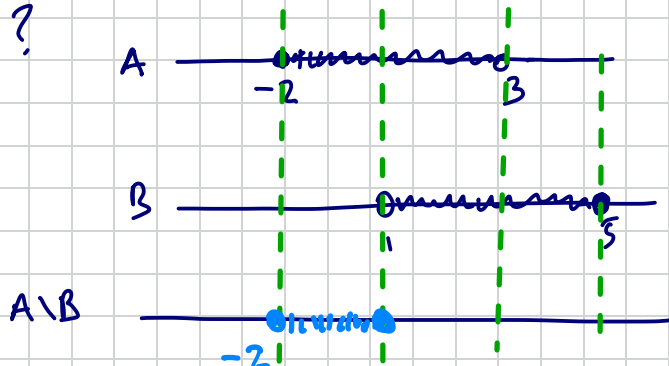
(a) $A \cap B$:



(b) $A \cup B$ = ?

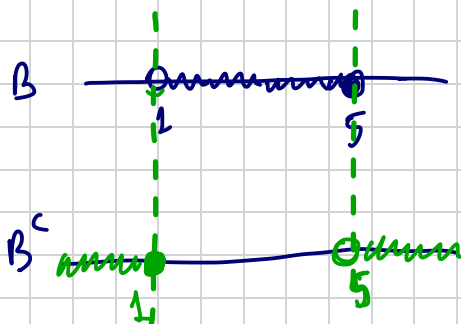


(c) $A \setminus B$ = ?



$$\Rightarrow A \setminus B = [-2, 1].$$

(d) $B^c = ?$



$$\Rightarrow B^c = (-\infty, 1] \cup (5, +\infty).$$



Módulos:

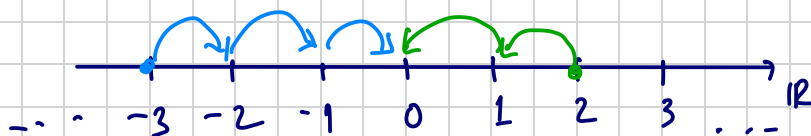
Def.: Dado $x \in \mathbb{R}$, definimos o módulo de x por

$$|x| = \max\{x, -x\}.$$

Ex.: $|3| = \max\{3, -3\} = 3$

$$\begin{aligned} |-4| &= \max\{-4, -(-4)\} \\ &= \max\{-4, 4\} = 4. \end{aligned}$$

O módulo de um número real, geometricamente, representa a distância desse número à origem.



$$|2| = 2 ; \quad |-3| = 3$$

Uma outra forma de definir módulo é escrever:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Note que, $\forall x \in \mathbb{R}$;

$$-|x| \leq x \leq |x|$$