Universidade Federal de Pelotas
Disciplina de Cálculo II
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 09 de Exercícios - Aplicações da integral definida: Cálculo de volumes

1. Mostre que o volume de um cone reto de altura h e raio da base R é dado por $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$.

2. A região limitada pela curva $y = \sec x$, pelo eixo x, pelo eixo y e pela reta $x = \frac{\pi}{4}$ gira em torno do eixo x. Determine o volume do sólido gerado.

3. Obtenha o volume do sólido S obtido ao se girar a região limitada por $y = \sqrt{x+1}$, $y = \sqrt{2x}$ e $y = 0$ em torno do eixo x.

4. Ache o volume do sólido que resulta quando a região limitada por $x = y^2$ e $x = y$ é feita girar em torno da reta $y = -1$.

5. Seja a região Ω limitada pelas curvas $x = y^2 - 2$ e $x = 6 - y^2$. Determine o volume do sólido gerado ao se girar a região Ω:

   (a) em torno do eixo x;

   (b) em torno do eixo y;

   (c) em torno da reta $x = 2$;

   (d) em torno da reta $y = 2$.

6. Seja Ω a região do primeiro quadrante acima de $y = x^2$ e abaixo de $y = 2 - x^2$. Determine o volume do sólido S obtido ao se girar esta região em torno do eixo y. (Resp. π u.v.)

7. Utilize o método do invólucro cilíndrico para determinar o volume do sólido determinado ao se girar a região formada pelas curvas abaixo, em torno do eixo indicado.

   (a) $y = \sqrt{x}$, $x = 4$ e $y = 0$; em torno do eixo y.

   (b) $x^2 = 4y$, $y = 4$; em torno do eixo x.

   (c) $y = x^3$, $x = 3$, $y = 0$; em torno do eixo y.

8. Em cada item a seguir, achar o volume do sólido S obtido ao se girar a curva $y = f(x)$, em torno do eico x, no intervalo $[a, b]$ dado.

   (a) $f(x) = \cos x$, $[-1, 1]$.   (b) $f(x) = \sec x$, $[0, \frac{\pi}{4}]$.

   (c) $f(x) = \ln x$, $[1, 2]$.   (d) $\sqrt{\dfrac{\ln x}{x} + \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}}$, $[e, e^2]$.

9. Considere a região Ω formada pelas curvas $x = y^2 - 2$ e $x = 6 - y^2$.Ache o volume do sólido obtido quando esta região Ω girar em torno:
   (a) do eixo OX.   (b) do eixo OY.

10. Obtenha o volume do sólido obtido ao se girar a região R limitada pelas curvas $y = (x+1)^{\frac{1}{3}}$, $x = 0$, $x = 7$ e $y = 0$ em torno do eixo Ox. (Resp.: $\frac{3\pi}{5}(8^{\frac{5}{3}} - 2^{\frac{5}{3}})$ u.v.)

11. Ache o volume do sólido S gerado pela rotação em torno do eixo y, da região limitada por $y = |x - 3|$ e pelas retas $x = 1$, $x = 5$ e $y = 0$. Tome os retangulos elementares paralelos ao eixo de revolução.

12. Ache o volume do sólido gerado pela rotação, em torno da reta $y = -3$, da região limitada pelas parábolas $y = x^2$ e $y = 1 + x - x^2$. (Resp.: $\frac{231}{62}\pi$ u.v.)

13. Ache o volume do sólido gerado pela rotação, em torno da reta $x = -4$, da região limitada por aquela reta e pela parábola $x = 4 + 6y + 2y^2$. (Resp.: $\frac{1250}{3}\pi$ u.v.)

14. Ache o volume do sólido gerado pela rotação da região fora da curva $y = x^2$ e entre as retas $y = 2x - 1$ e $y = x + 2$ em torno do eixo y.

15. Use o método do invólucro cilíndrico para determinar o volume do sólido gerado quando a região determinada pelas curvas abaixo girar em torno do eixo y.

    (a) $y = x^3$, $x = 1$, $y = 0$.

    (b) $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $x = 9$, $y = 0$.

    (c) $y = 2x - 1$, $y = -2x + 3$, $x = 2$.

    (d) $y = 2x - x^2$, $y = 0$.