

**Fundação Universidade Federal de Pelotas**  
**Curso de Licenciatura em Matemática**  
**Disciplina de Funções Transcendentais**  
**Prof. Dr. Maurício Zahn**

**Lista 05 de Exercícios - Funções trigonométricas diretas e inversas**

1. Esboçar o gráfico de cada função a seguir, indicando domínio, imagem e período.

(a)  $f(x) = 1 - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

(b)  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$

(c)  $f(x) = 2 \csc\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

(d)  $f(x) = 2 - 3 \sec\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)$

(e)  $f(x) = 3 - 2 \sec\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{5}\right)$

(f)  $f(x) = \csc\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 2$

(g)  $f(x) = 1 + 2 \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

(h)  $f(x) = \tan(\pi - x)$

(i)  $f(x) = 2 + \cot\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$

(j)  $f(x) = 1 - 2 \csc\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)$

(k)  $f(x) = 3 + \csc\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

(l)  $f(x) = 2 - \sec\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

2. Determine o valor principal de:

(a)  $\arcsen \frac{1}{2}$

(b)  $\arctan(-1)$

(c)  $\operatorname{arccot} \sqrt{3}$

(d)  $\operatorname{arcsec} 2$

3. Calcule:

(a)  $\sin\left(\arcsen\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

(b)  $\cos\left(\arcsen \frac{3}{4}\right)$

(c)  $\tan\left(\arcsen\left(-\frac{2}{3}\right) + \arcsen \frac{1}{4}\right)$

(d)  $\sin(\arctan 2 + \arctan 3)$

4. Verifique as seguintes identidades importantes das funções trigonométricas inversas:

(a)  $\arcsen(-x) = -\arcsen x$ , se  $-1 \leq x \leq 1$ .

(b)  $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$ , se  $-1 \leq x \leq 1$ .

(c)  $\arctan(-x) = -\arctan x$ .

(d)  $\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$ .

5. Esboçar o gráfico de cada função abaixo, indicando domínio e imagem:

(a)  $f(x) = \arccos(3 + 2x)$

(b)  $f(x) = \frac{2\pi}{5} - 3 \arcsen(1 - x)$

(c)  $f(x) = \frac{\pi}{3} + 2 \arctan(3x - 1)$

(d)  $f(x) = -\operatorname{arccsc}(3 - 2x)$

(e)  $f(x) = -\frac{\pi}{4} + \operatorname{arccot}(2x - 1)$

(f)  $f(x) = \pi - 2 \operatorname{arcsec}(x + 1)$

6. Prove que  $2 \arccos \sqrt{\frac{1+x}{2}} = \arccos x$ .

7. Prove que

$$\arcsen x = \begin{cases} \arccos \sqrt{1-x^2} & , \text{ se } 0 \leq x \leq 1 \\ -\arccos \sqrt{1-x^2} & , \text{ se } -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

8. Mostre que  $\arcsen \frac{1}{\sqrt{5}} + \arcsen \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{2}$ .
9. Mostre que  $2 \arctan \frac{1}{2} = \arctan \frac{4}{3}$ .
10. Demonstre que  $\arcsen \frac{77}{85} - \arcsen \frac{3}{5} = \arccos \frac{15}{17}$ .
11. Mostre que  $\tan \left( \arctan \frac{3}{4} + \operatorname{arccot} \frac{15}{8} \right) = \frac{77}{36}$ .
12. Prove que  $\arcsen u + \arcsen (-u) = 0$ , se  $-1 \leq u \leq 1$ .