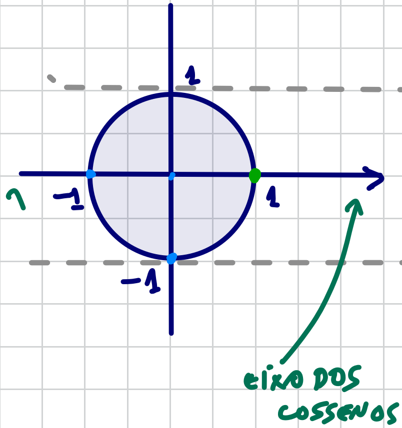
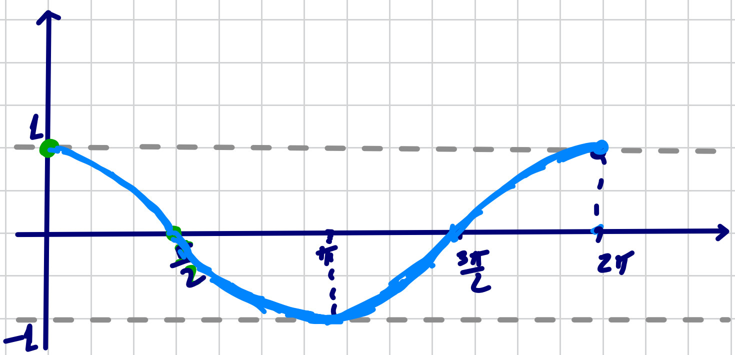
FUNÇÕES TRANSCEDENTAIS

16/07/25 – AULA 11

FUNÇÃO COSSENO

Def.: Chama-se <u>função cosseno</u> a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \cos x$





O gráfico da função cosseno chama-se COSSENÓIDE.

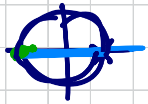
$D(f) = \mathbb{R}$ PERÍODO: $P = 2\pi - 0 = 2\pi$

$Im(\cos x) = [-1, 1]$.

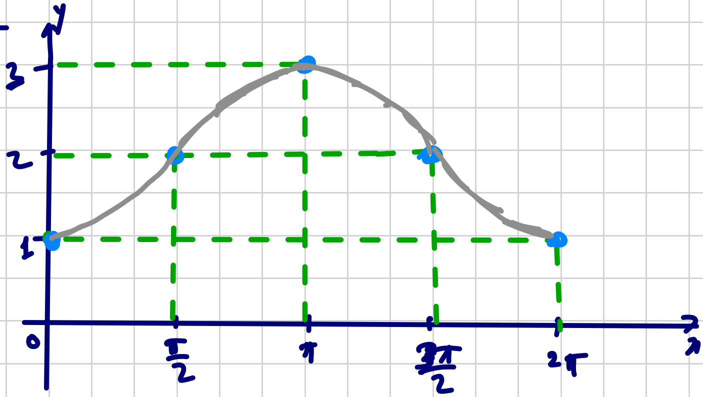
Vejamos alguns exemplos.

Ex: Esboce o gráfico, indicando domínio, imagem e período.

(a) $y = 2 - \cos x$.



x	$y = 2 - \cos x$
0	$2-1 = 1$
$\frac{\pi}{2}$	$2-0 = 2$
π	$2-(-1) = 3$
$\frac{3\pi}{2}$	$2-0 = 2$
2π	$2-1 = 1$



$D(f) = \mathbb{R}$. $\quad Im(f) = [1, 3]$. $\quad P = 2\pi - 0 = 2\pi$

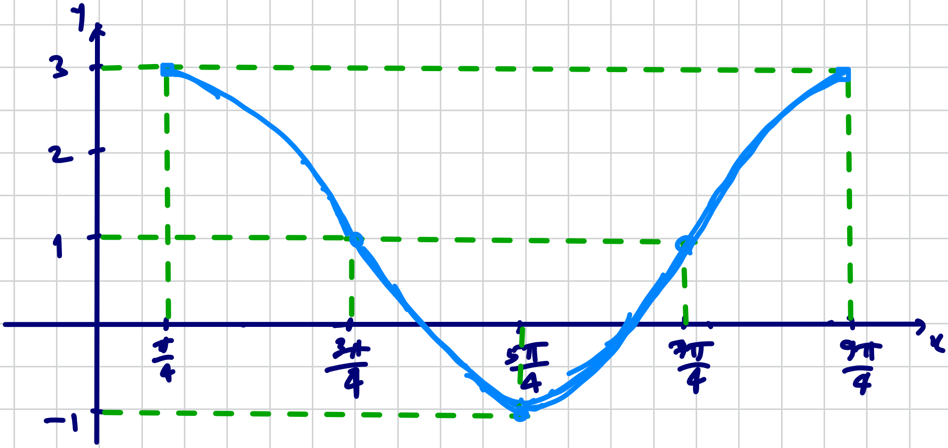
(b) $y = 1 + 2.\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$x - \frac{\pi}{4} = t \longrightarrow \boxed{x = t + \frac{\pi}{4}}$

$y = 1 + 2.\cos t$

t	$y = 1+2.\cos t$	$x = t + \frac{\pi}{4}$
0	$1+2.\cos 0 = 3$	$\frac{\pi}{4}$
$\frac{\pi}{2}$	$1+2\cos\frac{\pi}{2} = 1$	$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$
π	$1+2\cos\pi = -1$	$\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$	$1+2.\cos\frac{3\pi}{2} = 1$	$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$
2π	$1+2.\cos 2\pi = 3$	$2\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{9\pi}{4}$

sempre o mesmo espaçamento

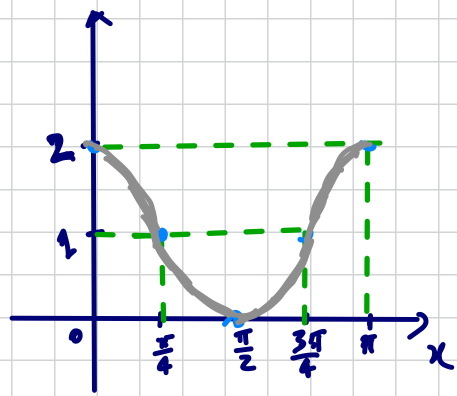


(c) $y = 1 + \cos(\underbrace{2x}_{t})$

$D(f) = \mathbb{R}$.

$2x = t \Rightarrow \boxed{x = \frac{t}{2}}$. $y = 1 + \cos t$

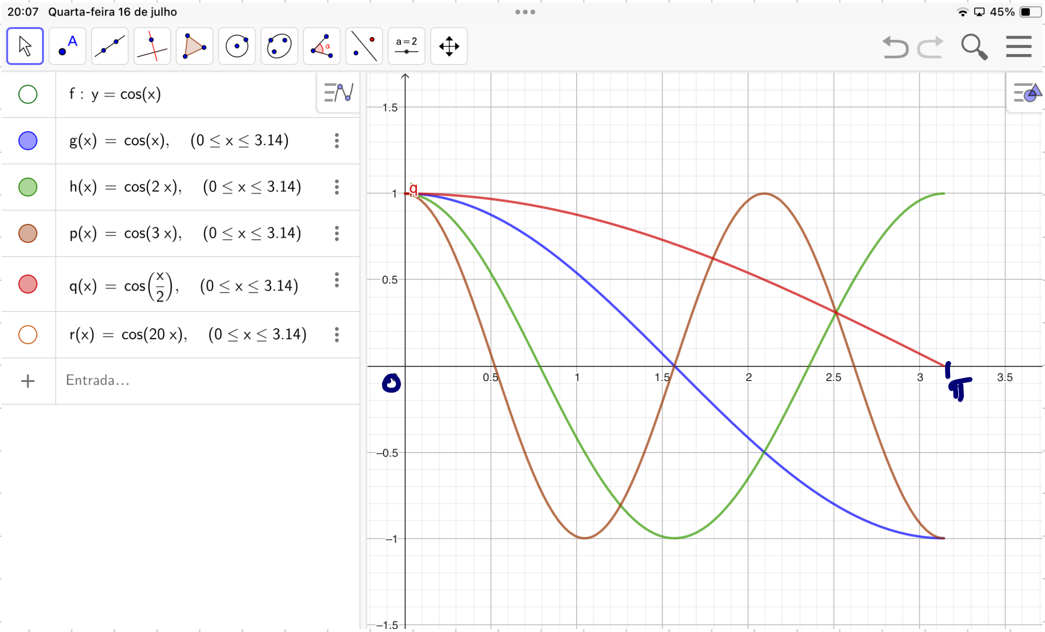
t	$y = 1 + \cos t$	$x = \frac{t}{2}$
0	$1 + \cos 0 = 2$	0
$\frac{\pi}{2}$	$1 + \cos \frac{\pi}{2} = 1$	$\frac{\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$
π	$1 + \cos \pi = 0$	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{3\pi}{2}$	$1 + \cos \frac{3\pi}{2} = 1$	$\frac{\frac{3\pi}{2}}{2} = \frac{3\pi}{4}$
2π	$1 + \cos 2\pi = 2$	$\frac{2\pi}{2} = \pi$



$Im(f) = [0, 2]$.

$P = \pi - 0 = \pi$

Obs.: $y = \cos(nx)$ terá n ciclos no intervalo de $[0, \pi]$. Abaixo temos uma ilustração extraída do geogebra.

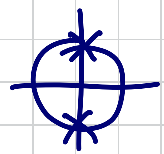


FUNÇÃO TANGENTE:

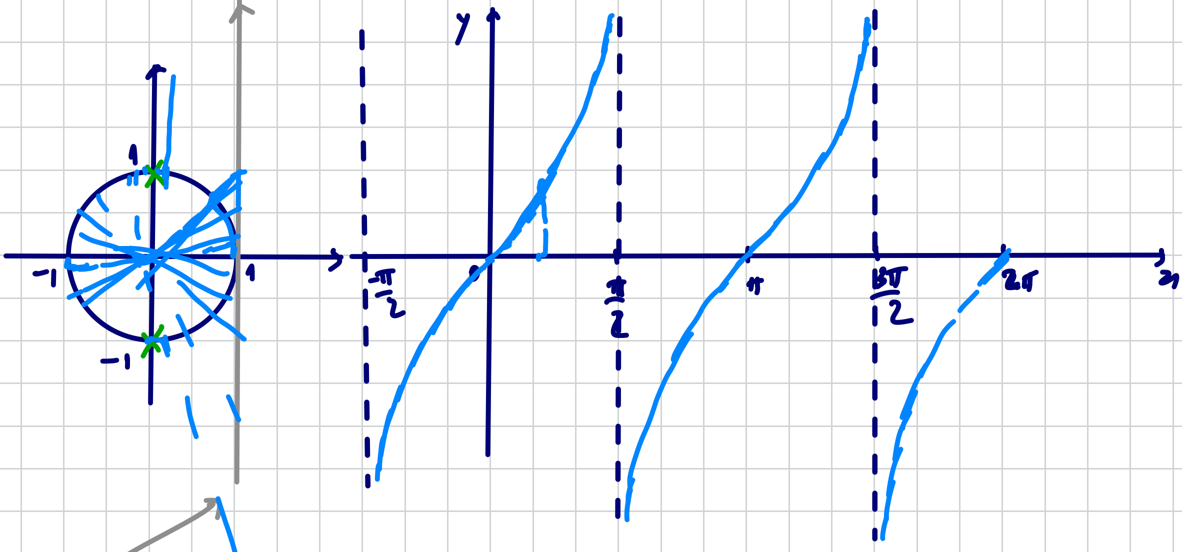
Def.: Chama-se **função tangente** a função

$$f: \mathbb{R} \setminus \{ k\pi + \frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z} \} \to \mathbb{R}$$ dada por

$$f(x) = \tan x$$



Esboço gráfico



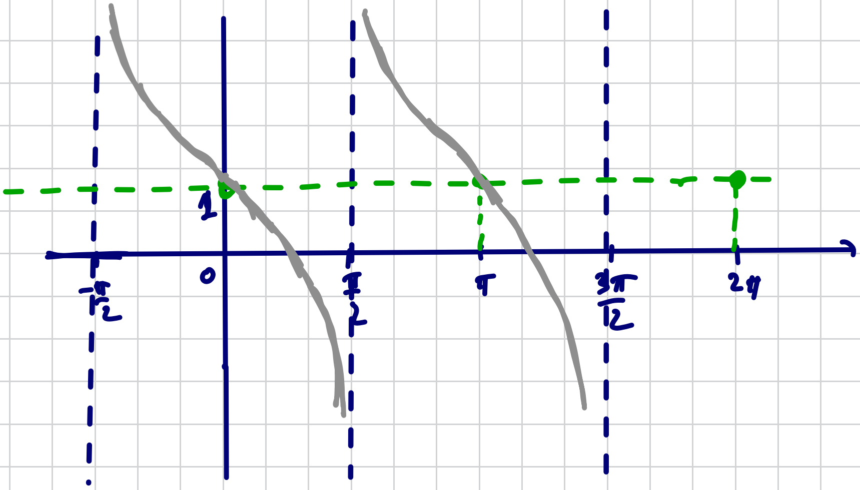
$$Im(f) = \mathbb{R}.$$

$$P = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

exemplo: Esboce o gráfico de $y = 1 \underbrace{- \tan x}$.

como é $-\tan x$. o seu gráfico fica o espelho de $\tan x$ em relação ao eixo horizontal

x	$y = \tan x$
0	$1 - \tan 0 = 1$
$\frac{\pi}{2}$	∞
π	$1 - \tan = 1.$
$\frac{3\pi}{2}$	∞
2π	$1 - \tan 2\pi = 1$



FUNÇÃO SECANTE:

Def.: Chama-se função secante a função

$$f: \underbrace{\mathbb{R} \setminus \{k\pi + \frac{\pi}{2};\ k \in \mathbb{Z}\}}\ \to \mathbb{R} \text{ dada por}$$

$$f(x) = \sec x = \frac{1}{\cos x}.$$

retiramos estes pontos pois são onde o cosseno é zero.

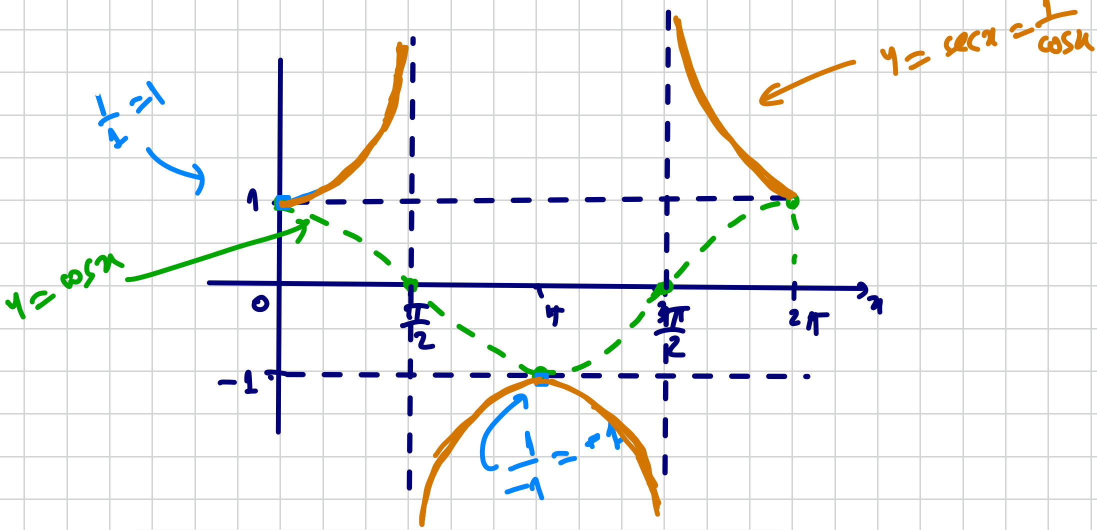
Para esboçar o gráfico da secante, basta esboçar o gráfico do cosseno e tomar os inversos.

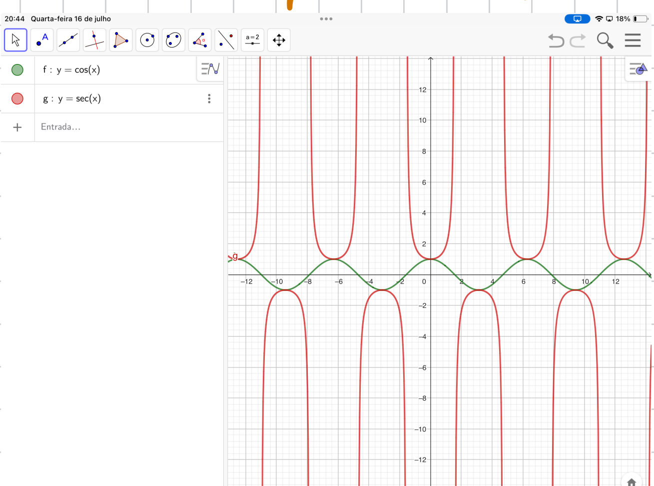
gráfico: $y = \sec x$.

1º: faz-se o gráfico de $y = \cos x$ (FUNÇÃO AUXILIAR)

2º: tome-se o "inverso" do traçado feito no 1º passo.

Ex.: $y = \sec x$.. Tome $y = \cos x$.





GRÁFICOS DA SECANTE E DO COSSENO NUM MESMO SISTEMA CARTESIANO.

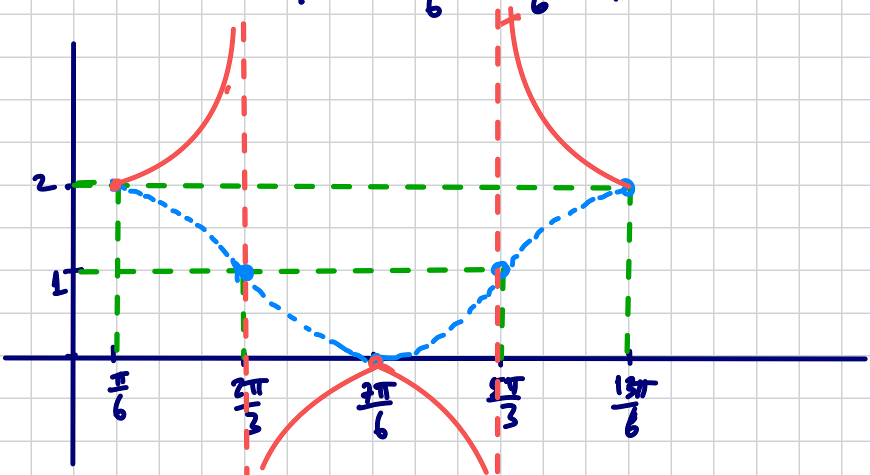
Ex-1 Esboce o gráfico da função: $y = 1 + \sec\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, indicando domínio, imagem e período.

Solução: 1º: esboce $y = 1 + \cos\underbrace{\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}_{t}$

Escreva $t = x - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{x = t + \frac{\pi}{6}.}$

$y = 1 + \cos t$

t	$y = 1 + \cos t$	$x = t + \frac{\pi}{6}$
0	$1+1=2$	$0 + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{2}$	$1+0=1$	$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$
π	$1-1=0$	$\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$
$\frac{3\pi}{2}$	$1+0=1$	$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$
2π	$1+1=2$	$2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$.



$Im(f) = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

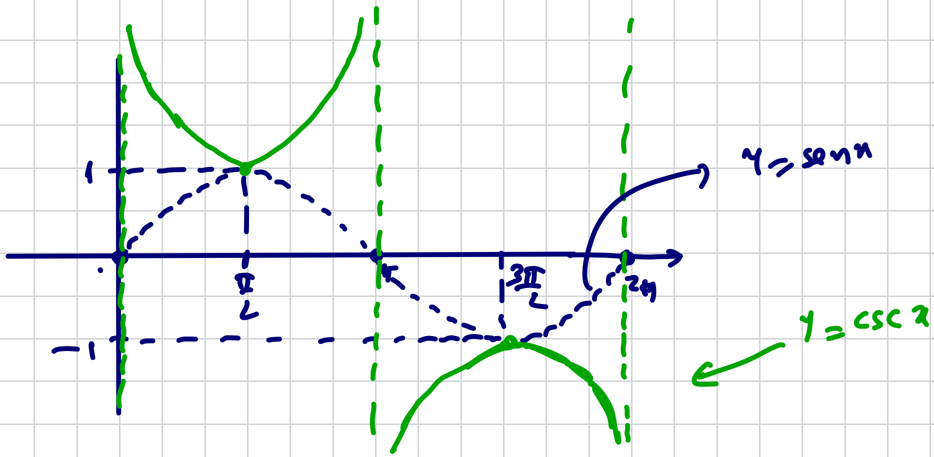
$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{k\pi + \frac{2\pi}{3} : k \in \mathbb{Z}\}.$

FUNÇÃO COSSECANTE:

Def.: Chama-se função cossecante a função $f: \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \csc x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}.$$

Seu esboço gráfico segue a mesma ideia do esboço feito para o da secante; mas pensando agora com o seno.



FUNÇÃO COTANGENTE:

Def.: Chama-se função cotangente a função $f: \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \cot x = \frac{1}{\tan x}.$$

Ou seja, o seu esboço gráfico consiste em tomar o gráfico da tangente e traçar o seu inverso, como faz-se para a secante e a cossecante.

Ex.: $y = \cot x$.