

Universidade Federal de Pelotas

Disciplina de Cálculo II

Prof. Dr. Maurício Zahn

Lista 2 de Exercícios - O Teorema Fundamental do Cálculo. Integrais imediatas

1. Seja $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 2, & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Determine a função F a partir de f , apresentando seus esboços gráficos num mesmo plano cartesiano. Dê a interpretação geométrica de F . Marque nos gráficos de F e f o significado de $F(\frac{3}{2})$.

2. Idem para a função $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

3. Use o Teorema Fundamental do Cálculo, primeiro formato, para obter a derivada de cada função abaixo:

$$(a) F(x) = \int_1^x \frac{1}{t^3 + 1} dt \quad (b) F(x) = \int_1^{e^x} \ln t dt$$

$$(c) F(x) = \int_1^{\sqrt{x}} \frac{z^2}{z^4 + 1} dz \quad (d) F(x) = \int_0^{x^4} \cos t dt$$

4. De acordo com o Teorema Fundamental do Cálculo, calcule cada integral definida a seguir¹:

$$(a) \int_0^2 x^2 dx \quad (b) \int_{-2}^2 (x^3 + 1) dx \quad (c) \int_1^4 (x^2 + 4x + 5) dx$$
$$(d) \int_1^4 |x - 2| dx \quad (e) \int_{-2}^2 x|x - 3| dx \quad (f) \int_{-3}^3 \sqrt{3 + |x|} dx$$

5. Usando o Teorema Fundamental do Cálculo, mostre que

$$(a) \int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}. \quad (b) \int_0^\pi \cos x dx = 0.$$

6. Se f for uma função par, i.e., $f(x) = f(-x)$, $\forall x \in D(f)$, mostre geometricamente ou de outro modo que

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

7. Calcule cada integral indefinida a seguir usando as regras estudadas em aula.

$$(a) \int \left(\frac{1}{x^2} + \sin 3x \right) dx \quad (b) \int \frac{4x^2 - 2\sqrt{x}}{x} dx \quad (c) \int \frac{(2x+3)dx}{\sqrt{x^2+3x}} \quad (d) \int \frac{\cos ax dx}{\sqrt{b + \sin ax}}$$
$$(e) \int \frac{dy}{\sqrt{a-by}} \quad (f) \int \left(\frac{\sec x}{1 + \tan x} \right)^2 dx \quad (g) \int \frac{\sec 2\theta \tan 2\theta d\theta}{3 \sec 2\theta - 2} \quad (h) \int \frac{e^{\sqrt{x}} - 3}{\sqrt{x}} dx$$

¹Uma dica: Para as funções modulares, abra a definição de módulo e quebre a integral numa soma adequada de duas integrais, uma para cada sentença do módulo que foi “aberta”.