

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Cálculo I
Prof. Dr. Maurício Zahn

Lista 12 de Exercícios - Regra de L'Hopital. Miscelânea de exercícios

1. Usando a Regra de L'Hopital, calcule cada limite abaixo, se existir:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \operatorname{sen} x}{x} & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x + x^2} \\ \text{(d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow +\infty} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{1 - \cos x} \\ \text{(g)} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{2^x - 1} & \text{(i)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\ln x - \operatorname{sen} \pi x} \end{array}$$

2. Use a Regra de L'Hopital para provar o segundo limite notável, ou seja, para mostrar que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

Miscelânea de exercícios

- (M1) Deve-se construir uma pista em forma de dois trechos retilíneos, paralelos e de igual comprimento, unidos por dois semicírculos nas extremidades. O comprimento da pista (uma volta completa) deve ser de 5 km. Qual é a forma da pista que maximiza a área retangular interna?
- (M2) A areia está correndo por um tubo a $120\pi \text{ ft}^3/\text{min}$. Essa areia forma uma pilha cônica no solo. A altura do cone é sempre um terço do raio da sua base. A que velocidade a altura está aumentando, quando a pilha tem 20 ft de altura?
(Resp.: $\frac{1}{30} \text{ ft/s}$)
- (M3) Determine os valores máximo e mínimo absolutos de $f(x) = e^x - 2x$ no intervalo $[0, 1]$.
- (M4) Esboce o gráfico da função $f(x) = x^5 - 5x^4$, fazendo um estudo completo da mesma.
- (M5) Idem para a função $f(x) = \arctan(1 + x)$.
- (M6) Prove que se f for uma função derivável em um intervalo aberto I tal que $f'(x) = 0$, $\forall x \in I$, então essa função é constante. (sugestão: usar o T.V.M.)