Fundação Universidade Federal de Pelotas
Grupo de Apoio à Matemática - GAMA
Atividade de Cálculo diferencial
Prof. Dr. Maurício Zahn
Exercícios sobre Taxas Relacionadas

1. Uma bola de neve está se formando de tal modo que seu volume cresça a uma taxa de 8 cm^3/min. Ache a taxa segundo a qual o raio está crescendo quando a bola de neve tiver 4 cm de diâmetro. (Resp. $\frac{1}{2\pi}$ cm/min).

2. Uma escada com 25 pés está apoiada numa parede vertical. Se o pé da escada for puxado horizontalmente, afastando-se da parede a 3 pés por segundo, qual a velocidade com que a escada está deslizando, quando o seu pé está a 15 pés da parede? (Resp. $-\frac{9}{4}$ pés/s).

3. Uma certa quantidade de areia é despejada a uma taxa de 10 m^3/min, formando um monte cônico. Se a altura do monte for sempre o dobro do raio da base, com que taxa a altura está crescendo quando o monte tiver 8 m de altura? (Resp. $\frac{5}{8\pi}$ m/min).

4. Um balão esférico perde ar numa razão constante de 2cm^3/s. Com que rapidez decresce o raio do balãoquando seu diâmetro é de 1m? (Resp.: $-\frac{1}{5000\pi}$cm/s)

5. A que taxa o nível do líquido diminui dentro de um tanque ciclíndrico vertical se bombearmos o líquido para fora a uma taxa de 3000 ℓ/min ? (Resp.: $-\frac{3}{\pi r^2} m/min$)

6. Suponha que o tumor no corpo de uma pessoa tenha a forma esférica. Se, quando o raio do tumor for 0,5 cm, o raio estiver crescendo a uma taxa de 0,001 cm por dia, qual será a taxa de aumento do volume do tumor naquele instante? (Resp. $\frac{\pi}{1000}$ cm^3/dia).

7. A lei de Boyle para a expansão de um gás é $PV = c$, onde P é o número de quilos por unidade quadrada de pressão, V é o número de unidades cúbicas do volume de gás e c é uma constante. Num certo instante, a pressão é 150 kg/m^2,o volume do gás é 1,5 m^3 e está crescendo a uma taxa de 1 m^3/min. Ache a taxa de variação da pressão nesse instante. (Resp. -100 kg/m^2/min).

8. Uma pedra cai livremente em um lago parado. Ondas circulares se espalham e o raio da região afetada aumenta a uma taxa de 16 cm/s. Qual a taxa segundo a qual a região está aumentando quando o raio for de 4 cm? (Resp. 128 π cm^2/s).

9. O volume de um cubo cresce a uma taxa de 10 cm^3/min. Com que rapidez estará crescendo sua área quando o comprimento de uma das arestas for 30 cm? (Resp.: $\frac{4}{3}$$cm^2$/min)

10. Um homem de 1,8 m de altura se afasta a uma velocidade de 3 km/h de uma luz que está a 4,5 m sobre o nível do piso. Qual é a velocidade de crescimento de sua sombra? (Resp. 2 km/h).

11. Se em um certo tempo as dimensões de um retângulo são a e b, e sua rapidez de variação é m e n, respectivamente, demonstre que a rapidez de variação da área é $an + bm$.

12. O raio da base de um certo cone aumenta na razão de 3cm/h e a altura diminui na razão de 4cm/h. Calcule como varia a sua área total quando o raio medir 7cm e a altura medir 24 centímetros. (Resp. aumenta 96 π cm^2/h).

13. Em cada uma das extremidades de um cilindro de raio r e altura h se coloca um hemisfério de raio r. Se r aumenta à razão de 50 cm/min, a que razão deve diminuir h para manter fixo o volume do sólido no instante em que $r = 10$ m e $h = 20$ m? (Resp.: -4 m/min)

14. A dilatação pelo calor de um prato circular de metal é tal que o raio cresce com a velocidade de $0,01$ centímetro por segundo. Com que velocidade de variação cresce a área do prato quando o raio tem 2 centímetros? (Resp. $\frac{\pi}{25}$ cm^2/s).

15. A lei adiabática para a expansão do ar é $PV^{1,4} = c$, onde c é uma constante. Se o volume observado num determinado instante é igual a 10 pés cúbicos e a pressão é de 50 libras por polegada quadrada, como variará a pressão se o volume decrescer 1 pé cúbico por segundo? (Resp. crescerá 7 libras por polegada quadrada por segundo).

16. Um ponto move-se sobre a parábola $6y = x^2$ de modo tal que quando $x = 6$ a abscissa cresce com a velocidade de 2cm/s. Com que velocidade cresce a ordenada nesse instante? (Resp. 4cm/s).

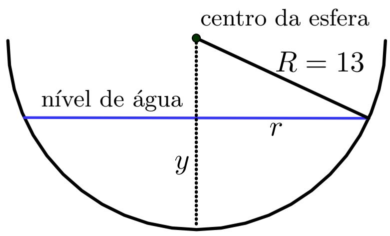
17. Cada lado de um triângulo equilátero está aumentando à razão de 2cm/s. A que taxa a área do triângulo está aumentando quando cada lado mede 10cm? (Resp. $10\sqrt{3}$ cm^2/s).

18. Se dois resistores com resistências R_1 e R_2 estão conectados em paralelo, então a resistência total R, medida em ohms (Ω), é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Se R_1 e R_2 estão crescendo a taxas de $0,3\Omega$/s e $0,2\Omega$/s, respectivamente, quão rápido estará variando R quando $R_1 = 80\Omega$ e $R_2 = 100\Omega$? (Resp. $\frac{107}{810}$ Ω/s).

19. (Drenando um reservatório hemisférico) A água escoa a uma taxa de 6 m^3/ min de um reservatório hemisférico com raio de 13 m, c.f. ilustração abaixo. Responda as questões a seguir, sendo o volume de água em um recipiente hemisférico de raio R dado por $V = \frac{\pi}{3}y^2(3R - y)$, quando a água tem y metros de profundidade.



(a) A que taxa o nível de água variará quando a água tiver 8 m de profundidade? (Resp.: $\frac{1}{24\pi}$m/min)

(b) Qual serão raio r na superfície da água quando a água tiver y metros de profundidade? (Resp.: $r = \sqrt{26y - y^2}$)

20. Um avião voando a uma velocidade constante de 300 km/h passa sobre uma estação de radar no solo a uma altitude de 1 km e subindo em um ângulo de 30°. A que taxa está crescendo a distância do avião em relação ao radar após ter passado 1 minuto por ele? (Resp. $\frac{1650}{\sqrt{31}}$ km/h).

21. Dois carros iniciam o movimento partindo de um mesmo ponto. Um viaja para o sul a 30 km/h e o outro para o oeste a 72 km/h. A que taxa está crescendo a distância entre os carros duas horas depois? (Resp. 78 km/h).

22. Uma esteira transportadora está descarregando cascalho a uma taxa de 3 m^3/min, constituindo uma pilha na forma de um cone com o diâmetro da base e altura sempre igual. Quão rápido cresce a altura da pilha quando está a 3 m de altura? (Resp. $\frac{4}{3\pi}$ m/min).

23. Uma partícula move-se ao longo da curva $y = \sqrt{1 + x^3}$. Quando ela atinge o ponto $(2, 3)$, a coordenada y está crescendo a uma taxa de 4 cm/s. Quão rápido está variando a coordenada x do ponto naquele instante?

24. Um tanque de água tem a forma de um cone circular reto invertido, com base de raio de 2 m e altura igual a 4 m. Se a água está sendo bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 2 m^3/min, encontre a taxa pela qual o nível da água estará se elevando quando a água tiver 3 m de profundidade. (Resp. $\frac{8}{9\pi}$ m/min).

25. Uma ampulheta (um relógio de areia formado por dois cones retos iguais, com vértices conectados e comunicantes, onde se passa areia de um para o outro) de 3 cm de raio da base e 6 cm de altura (de cada cone) está passando a areia do cone superior ao inferior, com uma velocidade de escoamento de 2 cm^3/s. Suponha que a areia da parte inferior forma um tronco de cone de altura h. Qual a velocidade de aumento de h para uma dada altura? (Resp.: $\frac{dh}{dt} = \frac{8}{\pi(6-h)^2}$ cm/s)

26. Um tanque cilíndrico com raio 5 m está sendo enchido com água a uma taxa de 3 m^3/min. Quão rápido estará aumentando a altura da água? (Resp. $\frac{3}{25\pi}$ m/min).

27. Um bote é puxado em direção ao ancoradouro por uma corda que está atada na proa do bote e que passa por uma polia sobre o ancoradouro (colocada a 1 m mais alto que a proa). Se a corda está sendo puxada a uma taxa de 1 m/s, quão rápido se aproxima o bote do ancoradouro, quando ele estivar a 8 m dele? (Resp. se aproximará a $\frac{\sqrt{65}}{8}$ m/s).