Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos 3900, 3910, 6100 e 6400
Segunda Prova de Cálculo 1 - Turma T1
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 03/08/2024

Questão 01. Calcule o limite de cada função abaixo:

(a) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{2x^2 - 5x + 7}{2x^2 + 3x - 1} \right)^{\frac{2x^2-3}{5x+4}}$ (b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 3x - \operatorname{sen} 4x}{2x - \operatorname{sen} 5x}$ (c) $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x}{1 - x}$

Questão 02. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x|x + 1|$.

(a) Mostre que f é contínua no ponto $x = -1$.

(b) Verifique se f é derivável no ponto $x = -1$.

(c) Calcule a função derivada $f'(x)$.

Questão 03. Encontre a equação da reta tangente à curva $x^2 y + \sqrt{y} = x^2 + y^2$ no ponto $P(1, 2)$.

Questão 04. Calcule a derivada y' de cada função abaixo:

(a) $f(x) = \arctan(x + \sqrt{x^2 + 1})$ (b) $\ln(\operatorname{sen} y) = \tan xy + y^3$

Questão 05. Um cabo telegráfico submarino consiste de um núcleo de fios de cobre com uma capa de material isolante. Se x indica a razão do raio do núcleo para a espessura da capa, sabe-se que a velocidade de sinalização é dada por

$$V(x) = x^2 \ln \frac{1}{x}.$$

Mostre que a velocidade máxima se obtém quando $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$.

Questão 06. Considerando $\ln 10 = 2{,}3026$, use diferenciais para encontrar um valor aproximado para $\ln 9{,}86$.

Questão 07. Um tanque com a forma de um cone invertido está sendo esvaziado a uma taxa de $8\text{m}^3/\text{min}$. A altura do cone é de 20m e a base possui um raio de 5m. Ache a velocidade com que o nível de água está baixando, quando mesma tiver uma profundidade de 14m.

Questão 08. Considere a função real de variável real f cuja lei é dada por $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$.

(a) Determine o domínio dessa função e os seus zeros e assíntotas, se houverem.

(b) Determine os intervalos onde f é crescente e decrescente e encontre os pontos de máximo e de mínimo locais, se existirem.

(c) Determine os intervalos onde o gráfico de f possui concavidade para cima e onde f possui concavidade para baixo, determinando pontos de inflexão, se existirem.

(d) Com os resultados acima obtidos, esboce o gráfico de f.

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08
Valor	1,5	1,5	1,5	2,0	1,0	1,0	1,5	2,0