

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos 3900, 3910, 6100 e 6400
Disciplina de Cálculo 1 - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 08 de Exercícios - Taxas Relacionadas

1. Uma bola de neve está se formando de tal modo que seu volume cresça a uma taxa de $8 \text{ cm}^3/\text{min}$. Ache a taxa segundo a qual o raio está crescendo quando a bola de neve tiver 4 cm de diâmetro. (Resp. $\frac{1}{2\pi} \text{ cm}/\text{min}$).
2. Uma escada com 25 m está apoiada numa parede vertical. Se o pé da escada for puxado horizontalmente, afastando-se da parede a 3 metros por segundo, qual a velocidade com que a escada está deslizando, quando o seu pé está a 15 m da parede? (Resp. $-\frac{9}{4} \text{ m/s}$).
3. Uma certa quantidade de areia é despejada a uma taxa de $10 \text{ m}^3/\text{min}$, formando um monte cônico. Se a altura do monte for sempre o dobro do raio da base, com que taxa a altura está crescendo quando o monte tiver 8 m de altura? (Resp. $\frac{5}{8\pi} \text{ m}/\text{min}$).
4. Suponha que o tumor no corpo de uma pessoa tenha a forma esférica. Se, quando o raio do tumor for 0,5 cm, o raio estiver crescendo a uma taxa de 0,001 cm por dia, qual será a taxa de aumento do volume do tumor naquele instante? (Resp. $\frac{\pi}{1000} \text{ cm}^3/\text{dia}$).
5. A lei de Boyle para a expansão de um gás é $PV = c$, onde P é o número de quilos por unidade quadrada de pressão, V é o número de unidades cúbicas do volume de gás e c é uma constante. Num certo instante, a pressão é $150 \text{ kg}/\text{m}^2$, o volume do gás é $1,5 \text{ m}^3$ e está crescendo a uma taxa de $1 \text{ m}^3/\text{min}$. Ache a taxa de variação da pressão nesse instante. (Resp. $-100 \text{ kg}/\text{m}^2/\text{min}$).
6. Uma pedra cai livremente em um lago parado. Ondas circulares se espalham e o raio da região afetada aumenta a uma taxa de $16 \text{ cm}/\text{s}$. Qual a taxa segundo a qual a região está aumentando quando o raio for de 4 cm? (Resp. $128 \pi \text{ cm}^2/\text{s}$).
7. Um homem de 1,8 m de altura se afasta a uma velocidade de $3 \text{ km}/\text{h}$ de uma luz que está a 4,5 m sobre o nível do piso. Qual é a velocidade de crescimento de sua sombra? (Resp. $2 \text{ km}/\text{h}$).
8. Se em um certo tempo as dimensões de um retângulo são a e b , e sua rapidez de variação é m e n , respectivamente, demonstre que a rapidez de variação da área é $an + bm$.
9. O raio da base de um certo cone aumenta na razão de $3 \text{ cm}/\text{h}$ e a altura diminui na razão de $4 \text{ cm}/\text{h}$. Calcule como varia a sua área total quando o raio medir 7 cm e a altura medir 24 centímetros. (Resp. aumenta $96 \pi \text{ cm}^2/\text{h}$).
10. Em um circuito elétrico, se E volts é a força eletromotriz, R ohms é a resistência e I ampères é a corrente, a lei de Ohm afirma que $I \cdot R = E$. Admitindo que E seja constante, mostre que R decresce a uma taxa proporcional ao inverso do quadrado de I .
11. A dilatação pelo calor de um prato circular de metal é tal que o raio cresce com a velocidade de 0,01 centímetro por segundo. Com que velocidade de variação cresce a área do prato quando o raio tem 2 centímetros? (Resp. $\frac{\pi}{25} \text{ cm}^2/\text{s}$).
12. A lei adiabática para a expansão do ar é $PV^{1,4} = c$, onde c é uma constante. Se o volume observado num determinado instante é igual a 10 pés cúbicos e a pressão é de 50 libras por

polegada quadrada, como variará a pressão se o volume decrescer 1 pé cúbico por segundo? (Resp. crescerá 7 libras por polegada quadrada por segundo).

13. Um ponto move-se sobre a parábola $6y = x^2$ de modo tal que quando $x = 6$ a abscissa cresce com a velocidade de 2cm/s. Com que velocidade cresce a ordenada nesse instante? (Resp. 4cm/s).

14. Cada lado de um triângulo equilátero está aumentando à razão de 2cm/s. A que taxa a área do triângulo está aumentando quando cada lado mede 10cm? (Resp. $10\sqrt{3}$ cm²/s).

15. Se dois resistores com resistências R_1 e R_2 estão conectados em paralelo, então a resistência total R , medida em ohms (Ω), é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Se R_1 e R_2 estão crescendo a taxas de $0,3\Omega/s$ e $0,2\Omega/s$, respectivamente, quão rápido estará variando R quando $R_1 = 80\Omega$ e $R_2 = 100\Omega$? (Resp. $\frac{107}{810}$ Ω/s).

16. Um avião voando a uma velocidade constante de 300 km/h passa sobre uma estação de radar no solo a uma altitude de 1 km e subindo em um ângulo de 30° . A que taxa está crescendo a distância do avião em relação ao radar após ter passado 1 minuto por ele? (Resp. $\frac{1650}{\sqrt{31}}$ km/h).

17. Dois carros iniciam o movimento partindo de um mesmo ponto. Um viaja para o sul a 30 km/h e o outro para o oeste a 72 km/h. A que taxa está crescendo a distância entre os carros duas horas depois? (Resp. 78 km/h).

18. Uma esteira transportadora está descarregando cascalho a uma taxa de $3 \text{ m}^3/\text{min}$, constituindo uma pilha na forma de um cone com o diâmetro da base e altura sempre igual. Quão rápido cresce a altura da pilha quando está a 3 m de altura? (Resp. $\frac{4}{3\pi}$ m/min).

19. Uma partícula move-se ao longo da curva $y = \sqrt{1+x^3}$. Quando ela atinge o ponto (2, 3), a coordenada y está crescendo a uma taxa de 4 cm/s. Quão rápido está variando a coordenada x do ponto naquele instante?

20. Um tanque de água tem a forma de um cone circular reto invertido, com base de raio de 2 m e altura igual a 4 m. Se a água está sendo bombeada para dentro do tanque a uma taxa de $2 \text{ m}^3/\text{min}$, encontre a taxa pela qual o nível da água estará se elevando quando a água tiver 3 m de profundidade. (Resp. $\frac{8}{9\pi}$ m/min).

21. Um tanque cilíndrico com raio 5 m está sendo enchido com água a uma taxa de $3 \text{ m}^3/\text{min}$. Quão rápido estará aumentando a altura da água? (Resp. $\frac{3}{25\pi}$ m/min).

22. Um bote é puxado em direção ao ancoradouro por uma corda que está atada na proa do bote e que passa por uma polia sobre o ancoradouro (colocada a 1 m mais alto que a proa). Se a corda está sendo puxada a uma taxa de 1 m/s, quão rápido se aproxima o bote do ancoradouro, quando ele estiver a 8 m dele? (Resp. se aproximará a $\frac{\sqrt{65}}{8}$ m/s).