Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos de Física e Química
Disciplina de Cálculo 3 - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 10 de Exercícios - Integrais triplas

1. Calcule as seguintes integrais triplas:

   (a) $\displaystyle\int_{-3}^{3}\int_{0}^{1}\int_{1}^{2}(x+y+z)dxdydz$ (b) $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{x}^{2x}\int_{0}^{y}2xyz\,dzdydx$

   (c) $\displaystyle\int_{0}^{3}\int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-z^2}}ze^{y}\,dxdzdy$ (d) $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{0}^{z}\int_{0}^{y}ze^{-y^2}dxdydz$

2. Calcule $\displaystyle\iiint_{\Omega} y\,dV$, onde Ω é limitado pelos planos $x=0$, $y=0$, $z=0$ e $2x+2y+z=4$.

3. Em cada item a seguir, calcule a integral da função dada sobre o domínio D dado. Sempre que possível, faça um esboço do domínio D.

   (a) $f(x,y,z)=xy^2z^3$ e $D=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq 1, 0\leq z\leq 1\}$.

   (b) $f(x,y,z)=z$ e D é o tetraedro delimitado pelos planos coordenados e pelo plano $x+y+z=1$.

   (c) $f(x,y,z)=z$ e D é o tetraedro delimitado pelos planos coordenados e pelo plano $x-y-z=1$.

4. Use integral tripla para determinar o volume do sólido limitado pelo cilindro $y=x^2$ e pelos planos $z=0$ e $y+z=1$.

5. Use integral tripla para calcular $\iiint_{\Omega} xdV$, onde Ω é o tetraedro limitado pelos planos $x+2y+3z=6$, $x=0$, $y=0$ e $z=0$.

6. Escreva as outrs cinco integrais iteradas que sejam iguais a cada integral iterada dada:

   (a) $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{y}^{1}\int_{0}^{y}f(x,y,z)dzdxdy$ (b) $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{y}^{1}\int_{0}^{z}f(x,y,z)dzdydx$

7. Use integral tripla para determinar o volume do sólido dado em cada item.

   (a) O sólido limitado pelo cilindro $x^2+y^2=9$ e pelos planos $y+z=5$ e $z=1$.
   (Resp.: 36π u.v.)

   (b) O sólido limitado pela superfície $y=x^2$ e os planos $y+z=4$ e $z=0$.
   (Resp.: $\frac{256}{15}$ u.v.)

8. Ache o volume do sólido acima do parabolóide elíptico $3x^2+y^2=z$ e abaixo do cilindro $x^2+z=4$. (Resp.: 4π u.v.)

9. Calcule $\iiint_S (xz+3z)dV$, onde S é a região limitada pelo cilindro $x^2+z^2=9$ e pelos planos $x+y=3$, $z=0$, $y=0$ e acima do plano xy. (Resp.: $\frac{648}{5}$)

10. Calcule $\iiint_{\Omega} x^2e^ydV$, onde Ω é limitado pelo cilindro parabólico $z=1-y^2$ e pelos planos $x=z$, $x=1$ e $x=-1$. (Resp.: $\frac{8}{3e}$)

11. Dada a região Ω: $0 \leq x - y + 2z \leq 1$, $1 \leq x + y - 2z \leq 2$ e $0 \leq z \leq 1$, calcule

$$\iiint_{\Omega} \frac{x - y + 2z}{x + y - 2z} dxdydz.$$

(Resp.: $\frac{1}{4}\ln 2$)

12. Seja R a região do espaço dada por R: $0 \leq x - y + z \leq 1$, $1 \leq x + y - z \leq 2$ e $0 \leq z \leq 1$, calcule

$$\iiint_{R} \frac{e^{x-y+z}}{x + y - z} dxdydz.$$

(Resp.: $(e-1)\ln 2$)

13. Use a transformação $u = x$, $v = z - y$, $w = xy$ para calcular $\iiint_{\Omega}(z-y)^2 xydV$, onde Ω é a região compreendida pelas superfícies $x = 1$, $x = 3$, $z = y$, $z = y + 1$, $xy = 2$ e $xy = 4$.
(Resp.: $2\ln 3$)

14. Determine o volume da região interior ao elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$. (Resp.: $\frac{4\pi}{3}$ u.v.)