

**Fundação Universidade Federal de Pelotas**  
**Cursos de Física e Química**  
**Disciplina de Cálculo 3 - Prof. Dr. Maurício Zahn**  
**Lista 08 de Exercícios - Integrais duplas em regiões retangulares e gerais**

1. Calcule cada integral dupla a seguir:

(a)  $\iint_A \operatorname{sen}(x+y) dx dy$ , onde  $A = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$ .

(b)  $\iint_A \frac{xy^2}{1+x^2} dx dy$ , onde  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2 \text{ e } -3 \leq y \leq 3\}$ .

(c)  $\iint_A x \operatorname{sen} xy dx dy$ , onde  $A$  é o retângulo  $0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1$ . (Resp.  $\pi$ )

2. Calcule cada integral dupla a seguir:

(a)  $\int_0^3 \int_0^2 (4-y^2) dy dx$

(b)  $\int_0^3 \int_{-2}^0 (x^2 y - 2xy) dy dx$

(c)  $\int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\pi} (\operatorname{sen} x + \cos y) dx dy$

(d)  $\int_1^2 \int_y^2 dx dy$

(e)  $\int_0^1 \int_0^{y^2} 3y^3 e^{xy} dx dy$

(f)  $\int_1^4 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{3}{2} e^{\frac{y}{\sqrt{x}}} dy dx$

3. Calcule as integrais iteradas:

(a)  $\int_0^1 \int_0^{x^2} (x+2y) dy dx$

(b)  $\int_0^1 \int_x^{2-x} (x^2-y) dy dx$

(c)  $\int_1^2 \int_y^2 xy dx dy$

(d)  $\int_{-1}^1 \int_{x^2}^{1-x^2} 2x^2 y^2 dy dx$

(e)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_0^{y^2} \operatorname{sen} \frac{x}{y} dx dy$

4. Em cada item a seguir, esboce o domínio  $\Omega$  e calcule a integral indicada.

(a)  $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1\}$  e  $f(x,y) = x^2 y$ .

(b)  $\Omega$  é o quadrado de vértices em  $(1,0), (-1,0), (0,1)$  e  $(0,-1)$  e  $f(x,y) = xe^y$ .

(c)  $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sin x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$  e  $f(x,y) = y$ .

(d)  $\Omega$  é o domínio delimitado pela parábola  $y = x^2$ , o eixo horizontal e a reta  $x = 1$  e  $f(x,y) = xe^y$ .

(e)  $\Omega$  é o semicírculo  $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0$  e  $f(x,y) = y$ .

5. Calcule as integrais duplas abaixo (será preciso inverter a ordem de integração)

(a)  $\int_0^{\pi} \int_x^{\pi} \frac{\operatorname{sen} y}{y} dy dx$

(b)  $\int_0^x \int_x^2 2y^2 \operatorname{sen} xy dy dx$

(c)  $\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \frac{xe^{2y}}{4-y} dy dx$

(d)  $\int_0^1 \int_y^1 \sqrt{1+x^2} dx dy$

(e)  $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$

(f)  $\int_1^2 \int_1^2 ye^{xy} dx dy$

6. Calcule o volume do sólido abaixo do plano  $x+2y-z=0$  e acima da região limitada por  $y=x$  e  $y=x^4$ .

7. Calcule o volume do sólido abaixo da superfície  $z = xy$  e acima do triângulo de vértices em  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 1)$  e  $C(1, 2)$ .
8. Calcule o volume do sólido limitado pelo cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  e pelos planos  $y = z$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$  no primeiro octante.
9. Encontre o volume do sólido que é limitado superiormente pelo cilindro  $z = x^2$  e inferiormente pela região delimitada pela parábola  $y = 2 - x^2$  e pela reta  $y = x$  no plano  $xy$ .
10. Calcule o volume do sólido no primeiro octante limitado pelos planos coordenados, pelo plano  $x = 3$  e pelo cilindro parabólico  $z = 4 - y^2$ .