Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos 3900, 3910, 6100 e 6400
Disciplina de Cálculo 1
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 2 de Exercícios - Noções de Trigonometria

1. Converta para radianos:

   (a) $32°$ (b) $184°$ (c) $48°27'34''$ (d) $59°30''$

2. Converta para graus:

   (a) $\frac{\pi}{5}$ rad (b) $\frac{5\pi}{3}$ rad (c) 1 rad (d) $1,2$ rad

3. Um observador vê um prédio, construído em terreno plano, sob um ângulo de 60°. Afastando-se do edifício mais 30m, passa a ver o edifício sob um ângulo de 45°. Qual é a altura do prédio?

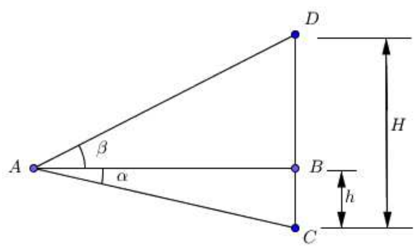
4. Em um triângulo qualquer ETQ, o lado $\overline{ET} = 13$cm e $\hat{E} = 60°$. Determine a medida da altura relativa ao lado $\overline{EQ}$.

5. Determine o perímetro e a área de um trapézio retângulo cujas bases medem 6dm e 15dm e um dos ângulos 120°.

6. Calcule a altura de um triângulo equilátero que tem 10 cm de lado.

7. (Cesep - PE) Do alto de uma torre de 50m de altura, localizada numa ilha, avista-se a praia sob um ângulo de 45^o em relação ao plano horizontal. Para transportar material da praia até a ilha, um barqueiro cobra R$ 0,20 por metro navegado. Quanto ele recebe em cada transporte que faz?

8. Para determinar a altura H de uma chaminé, um engenheiro, com um aparelho especial, estabeleceu a horizontal AB e mediu os ângulos α e β tendo a seguir medido $BC = h$. Determine a altura da chaminé.



9. Dados os arcos abaixo, obtenha a menor determinação, localizando em qual quadrante pertence, quantas voltas dá no ciclo trigonométrico e escreva sua expressão geral.

   (a) $\widehat{AM} = 1290°$ (b) $\widehat{AT} = 23550°$ (c) $\widehat{AP} = -2170°$

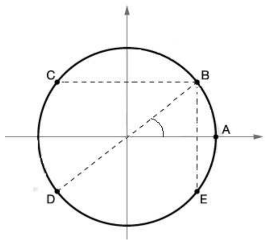
10. Calcule o valor numérico das expressões:

   (a) $y = \dfrac{4 \cdot \cos\dfrac{\pi}{3} + 2 \cdot \operatorname{sen}\dfrac{\pi}{4}}{\tan^2\dfrac{\pi}{6} - 1}$ (b) $y = \dfrac{\operatorname{sen}\dfrac{7\pi}{4} + \tan\dfrac{3\pi}{4}}{2 \cdot \cos\dfrac{\pi}{3} - \tan 6\pi}$

11. Localize, em ordem crescente no ciclo trigonométrico, os números:

    (a) $\operatorname{sen} 40°$, $\operatorname{sen} 125°$, $\operatorname{sen} 244°$, $\operatorname{sen} 310°$.
    (b) $\cos 48°$, $\cos 100°$, $\cos 200°$ e $\cos 300°$.
    (c) $\tan 60°$, $\tan 120°$, $\tan 210°$ e $\tan 330°$.

12. Considere o arco $\widehat{AB} = 30°$. Determine, por simetria, os arcos $\widehat{AC}$, $\widehat{AD}$ e $\widehat{AE}$ destacados no ciclo trigonométrico abaixo. Em seguida, determine os valores do seno, cosseno e tangente de cada um desses arcos.



13. Considere um polígono regular de n lados com medida de cada lado igual a ℓ, inscrito numa circunferência de raio R. Da Geometria sabemos que, se traçarmos todas as diagonais desse polígono, formaremos n triângulos isósceles.

    (a) Destacando um desses triângulos isósceles do polígono regular, considerando o vértice onde está o centro da circnferência, conclua que a medida de seu ângulo interno, em radianos, é dada por $\frac{2\pi}{n}$.
    (b) Mostre que a área A_n do polígono regular de n lados pode ser determinada pela fórmula
    $$A_n = \frac{n \cdot \ell^2}{4 \cdot \tan\left(\dfrac{\pi}{n}\right)}.$$
    (c) Usando a fórmula acima, encontre as fórmulas para determinar a área de um quadrado de lado ℓ, de um triângulo equilátero de lado ℓ e de um hexágono regular de lado ℓ.
    (d) Considerando que $\cos 36° = \frac{\varphi}{2}$, onde $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ é o número de ouro, determine uma fórmula para calcular a área de um pentágono regular.

14. Dado $\gamma = 1380°$, determine o valor de $M = \operatorname{sen}\gamma \cdot \cos\gamma$.

15. Considere um polígono regular de n lados, $n \geq 3$, inscrito no ciclo trigonométrico.

    (a) Mostre que $\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{n} = \dfrac{\ell_n}{2}$, onde ℓ_n denota a medida do lado do polígono regular de n lados inscrito no ciclo.
    (b) Usando a igualdade acima, verifique os valores do seno de $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{6}$.
    (c) Da Geomeria Plana, considerando um polígono regular de n lados inscrito numa circunferência de raio R, temos que a medida do lado do polígono de $2n$ lados, também inscrito na circunferência, é dado por
    $$\ell_{2n} = \sqrt{R(2R - \sqrt{4R^2 - \ell_n^2})}.$$
    Dessa forma, determine o valor de $\operatorname{sen}\frac{\pi}{12}$.

16. Determine o valor numérico de

(a) $y = \dfrac{\csc\dfrac{\pi}{6} + \operatorname{sen}\dfrac{\pi}{6}}{\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{4} - \sec\dfrac{\pi}{3}}$ (b) $y = \dfrac{\cot^2\dfrac{\pi}{6} - \sqrt{2}\cdot\cos\dfrac{\pi}{4}}{\tan\dfrac{\pi}{3}\cdot\csc\dfrac{\pi}{6}}$

17. Usando da simetria no ciclo trigonométrico, determine os valores da cossecante de $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{3}$. Idem para a cotangente desses arcos.

18. Dado α um arco do primeiro quadrante, justifique que valem as seguintes relações complementares:

(a) $\csc(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sec\alpha$ (b) $\sec(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \csc\alpha$ (c) $\cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \tan\alpha$

19. Determine os valores de x para os quais

(a) $\operatorname{sen} 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (b) $\sec\frac{2x}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. (c) $\csc(x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$.

20. Determine a expressão geral, em radianos, dos arcos x, para os quais:

(a) $\operatorname{sen}\left(\dfrac{3x}{2} - \dfrac{\pi}{5}\right) = 1$. (b) $\sec\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right) = -1$.

21. Determine todos os valores de x para os quais $\tan\left(\pi x - \dfrac{\pi}{2}\right)$ não exista.

22. Calcule o valor de $y = \ln(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \ldots \cdot \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ)$.

23. Determine os valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais temos

(a) $\operatorname{sen} x = 3k - 2$ (b) $\cos x = \dfrac{k+1}{k-1}$

24. Quais são os valores de w que tornam possível a igualdade $\sec x = \dfrac{3-2w}{2}$?

25. Considerando α um arco do segundo quadrante e dado que $\csc\alpha = 5$, determine o valor dos demais números trigonométricos.

26. Sabendo que $\tan\alpha = \frac{12}{5}$, onde $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, determine os demais números trigonométricos.

27. Ache os valores de x que verificam simultaneamente $\tan a = \dfrac{x+1}{2}$ e $\sec a = \sqrt{x+2}$.

28. Calcule o valor de $\cos x$, sabendo que $\cot x = \dfrac{2\sqrt{m}}{m-1}$, com $m > 1$.

29. Calcule o valor de m para que $\operatorname{sen} x = 2m + 1$ e $\cos x = 4m + 1$.

30. Simplifique a expressão, onde x é um arco do primeiro quadrante:

$$y = \frac{\sec(\frac{\pi}{2} - x) + \tan(\frac{\pi}{2} - x)}{\csc x}.$$

31. Sendo x um arco do primeiro quadrante tal que $\cos x + \operatorname{sen} x \cdot \tan x = 3$, determine o valor de $\cot x$.

32. Mostre que

(a) $\dfrac{\sec\alpha - \csc\alpha}{\sec\alpha + \csc\alpha} = \dfrac{\tan\alpha - 1}{\tan\alpha + 1}$.

(b) $\dfrac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x}+\dfrac{1+\cos x}{\operatorname{sen} x}=2\csc x.$

(c) $\dfrac{\cos a\cdot\cot a-\operatorname{sen} a\cdot\tan a}{\csc a-\sec a}=1+\operatorname{sen} a\cdot\cos a.$

(d) $\dfrac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1}=\tan\theta+\sec\theta.$

33. Escreva cada número trigonométrico a seguir em termos dos seu simétrico no primeiro quadrante:

(a) $\tan 325°$ (b) $\csc 865°$ (c) $\cos(-680°)$ (d) $\cot(-290°)$

34. Sendo x um arco do $1^{\underline{o}}$ quadrante, simplifique as expressões:

(a) $y=\dfrac{\cos\left(\frac{17\pi}{2}-x\right)\cdot\operatorname{sen}(15\pi-x)}{\cos(9\pi+x)\cdot\operatorname{sen}(8\pi-x)}$ (b) $y=\dfrac{\sec\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\csc\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\sec\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\csc\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}$

35. Achar $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\operatorname{sen}(\alpha-\beta)$ e $\cos(\alpha-\beta)$ sendo dados:

(a) $\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{4}{5}$, $\cos\beta=\dfrac{5}{13}$ e α,β do I quadrante.

(b) $\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{2}{3}$, $\cos\beta=\dfrac{3}{4}$, com α do III quadrante e β do IV quadrante.

36. Sabendo que $x+y=120°$ e que $\tan x=\dfrac{3}{2}$, onde x é um arco do primeiro quadrante, calcule $\csc y$.

37. Se $\tan(x+y)=33$ e $\tan x=3$, obtenha $\tan y$.

38. Sendo $\tan y=2$ e $x+y=135°$, calcule o valor de $\tan x$.

39. Demonstre que $(\operatorname{sen} x+\cos x)^2=1+\operatorname{sen} 2x$.

40. Uma escada de um bombeiro pode ser extendida até um comprimento máximo de 25m, formando um ângulo de 75° com a base, que está apoiada sobre um caminhão, a 2m do solo. Qual á altura máxima que a escada atinge.

41. Sabendo que $\sec x=-\dfrac{13}{5}$ e que $\pi<x<\dfrac{3\pi}{2}$, calcule o valor de $\operatorname{sen} 2x$.

42. (UFCE) Se $\sin x+\cos x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, então o valor de $\operatorname{sen} 2x$ é

(a) $-\dfrac{1}{2}$. (b) $-\dfrac{1}{3}$. (c) $\dfrac{1}{3}$. (d) $\dfrac{2}{3}$. (e) $-\dfrac{2}{3}$.

43. Achar os valores do seno, cosseno e tangente de $\dfrac{x}{2}$, sendo dados $\operatorname{sen} x=\dfrac{5}{13}$ e $\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$.

44. Determine o valor de $\cos 37,5°$.

45. Prove que $\operatorname{sen}^4 x=\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{8}\cos 4x$.

46. Calcule o valor de $y=\cos 112,5°\cdot\cot 165°$.

47. Sabendo que $\sec x=\frac{25}{24}$ e $\frac{3\pi}{2}<x<2\pi$, calcule $\tan 2x$.