



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPel - Cobalto.**

### IDENTIFICAÇÃO

Componente Curricular	11100060 - CÁLCULO 3 - T4
Período	2024/1
Unidade	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Distribuição de créditos	T (6) P (0) E (0) D (0)
Total de créditos	6
Distribuição de horas	T (90) P (0) E (0) D (0)
Total de horas	90

### DOCENTES

Nome	Carga Horária (horas-aula)						Vínculo
	T	P	E	D	EX	Total	
MAURICIO ZAHN	108	0	0	0	0	108	Professor responsável pela turma

### OFERTADA PELO(S) SEGUINTE(S) CURSO(S)

Colegiado	Código - Nome do Curso	Grau	Nível
Colegiado do Curso de Meteorologia	1800 - Meteorologia	Bacharelado	GRADUAÇÃO
Colegiado do Curso de Física (Bach.)	2910 - Física	Bacharelado	GRADUAÇÃO
Colegiado do Curso de Química Industrial	4440 - Química Industrial	Bacharelado	GRADUAÇÃO
Colegiado do Curso de Física (Lic.)	2900 - Física	Licenciatura	GRADUAÇÃO

### INFORMAÇÕES DO PLANO

#### Objetivo

- Gerais:
- As habilidades que, espera-se, o aluno virá a desenvolver ao longo do curso, podem ser colocadas em três níveis:
  1. Compreensão dos conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral de funções reais e vetoriais de várias variáveis.
  2. Habilidade em aplicá-los a alguns problemas dentro e fora da Matemática.
  3. Refinamento matemático suficiente para compreender a importância e a necessidade das demonstrações, assim como a cadeia de definições e passos intermediários que as compõem, criando a base para o estudo de disciplinas posteriores.

#### Específicos:

- Compreender os conceitos, as propriedades de continuidade e diferenciabilidade, das funções reais (escalares) de várias variáveis reais e das funções vetoriais de uma e várias variáveis reais.
- Estudar o conceito de derivada direcional e gradiente e aplicá-los à construção do plano tangente e ao encontro de extremos locais.
- Estudar integrais duplas e triplas e seus métodos de cálculo.
- Estudar integrais de linha e superfície e suas aplicações geométricas e físicas.
- Estudar os teoremas de Green, Gauss e Stokes e seus significados físicos.

#### Ementa

Funções reais de várias variáveis reais. Limite e continuidade. Derivadas parciais e diferenciabilidade. Derivada direcional e gradiente. Fórmula de Taylor. Extremos locais e globais. Funções vetoriais de várias variáveis. Divergência e rotacional. Integrais múltiplas e suas aplicações. Integral de Linha e de superfície e suas aplicações. Teoremas integrais.

#### Programa

- Unidade 1- Funções vetoriais de uma variável:
- 1.1. Definição, Curvas em  $R^n$ ;
  - 1.2. Coordenadas cartesianas, esféricas e cilíndricas;
  - 1.3. Limite, Continuidade e Diferenciabilidade de funções vetoriais de uma variável;
  - 1.4. Comprimento de arco;
  - 1.5. Aplicações à Física;
  - 1.6. Superfícies quádricas.

- Unidade 2 – Funções reais (escalares) de várias variáveis (ou Campos Escalares):
- 2.1. Funções reais de várias variáveis: definição, exemplos e representação gráfica;
  - 2.2. Limite e continuidade: local e global (topologia elementar do  $R^n$ );
  - 2.3. Derivadas parciais, diferenciais e diferenciabilidade, interpretação geométrica;
  - 2.4. Relação entre continuidade e diferenciabilidade;
  - 2.5. A regra da cadeia e o teorema do valor médio;
  - 2.6. A Derivada Direcional e o Gradiente, interpretação Geométrica;
  - 2.7. Derivadas parciais e diferenciais de ordem superior;



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPel - Cobalto.**

### Programa

2.8. A Classificação de pontos críticos para funções de duas variáveis e os Multiplicadores de Lagrange;  
2.9. Fórmula de Taylor.

#### Unidade 3 – Integração Múltipla

3.1. Integral Dupla e o seu cálculo através de Integrais Iteradas (Teorema de Fubini);  
3.2. Mudança de variáveis na Integral Dupla;  
3.3. Integral Tripla e o seu cálculo através de Integrais Iteradas;  
3.4. Mudança de variáveis na Integral Tripla;  
3.5. Aplicações geométricas e físicas das Integrais Múltiplas; Integrais de funções dependentes de um parâmetro e Integrais múltiplas impróprias;

#### Unidade 4 – Funções Vetoriais de Várias Variáveis (ou Campos Vetoriais).

4.1. Definição, exemplos;  
4.2. Limites e Continuidade;  
4.3. Divergência e Rotacional;  
4.4. Integrais de Linha e independência do Caminho;  
4.5. O Teorema de Green;  
4.6. Campos Conservativos;  
4.7. Superfícies Parametrizadas;  
4.8. Área de uma Superfície;  
4.9. Integral de Superfície de um Campo Escalar e de um Campo Vetorial;  
4.10. O Teorema da Divergência de Gauss;  
4.11. O Teorema de Stokes.

### Metodologia

O conteúdo será exposto no quadro, digitalmente. Explicamos isto: a aula é desenvolvida na sala de aula, onde o professor escreve e explica a matéria escrevendo-a em um tablet, sendo o conteúdo escrito projetado no quadro, como se estivesse escrevendo no quadro. Vantagens desse procedimento: vai sendo feito um material pdf para os alunos terem como referência de estudos, o professor pode usar recursos computacionais e mostrar em sala, e os alunos não têm a necessidade de copiar, visto que o pdf produzido em sala será imediatamente postado na página da disciplina.

### Critérios e métodos de avaliação

Serão realizadas três provas ao longo do semestre e o critério para aprovação será o padrão estabelecido pela UFPel (média das provas ser superior ou igual a 7,0 para aprovação direta e 5,0 para aprovação em exame, sendo que para a realização deste, a média semestral deverá ser maior ou igual a 3,0).

### Bibliografia básica

ANTON, H.; Bivens, I.; Davis, S. Cálculo. Vol.2. 10.ed. Porto Alegre: Bookman, 2014. ISBN: 9788582602461. E-book.  
LEITHOLD, L. Cálculo com geometria analítica. Vol.2. 3.ed. São Paulo: Harbra, 1994.  
STEWART, J. Cálculo. Vol.2. 9.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2022. ISBN: 9786555584103. E-book.

### Bibliografia complementar

ÁVILA, G. S. S. Cálculo: funções de varias variáveis, Vol.3. 7.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.  
MCCALLUM, W.G.; Hughes-Hallet, D.; Gleason, A. A. Cálculo de várias variáveis. São Paulo: Blucher, 1997. ISBN: 9788521217879. E-book.  
ROGAWSKI, J.; Adams, C. Cálculo. Vol.2. Porto Alegre: Bookman, 2018. ISBN: 9788582604588. E-book.  
RUDIN, W. Principles of mathematical analysis. 3.ed. New York: McGraw-Hill, 1976.  
THOMAS, G. B.; Weir, M. D.; Hass, J. Cálculo, Vol.2. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2012.

### Outras informações

Além das aulas supracitadas no cronograma, teremos o equivalente a 3 semanas não presenciais, onde podemos apresentar conteúdos e/ou exercícios.

### CRONOGRAMA

Data	Tópico abordado
15/04/2024	Apresentação da disciplina. Espaços métricos. Bolas abertas e fechadas em um espaço métrico.
17/04/2024	Interior de um conjunto. Conjuntos abertos. Sequências em um espaço métrico. Ponto aderente de um conjunto. Fecho e conjunto fechado. Fronteira de um conjunto. Ponto de acumulação. Conjunto compacto.
19/04/2024	Introdução às funções de várias variáveis reais de $R_m$ em $R_n$ . Funções vetoriais. Exemplos de gráficos.
22/04/2024	Limites e derivadas de funções vetoriais. Domínio de funções escales de $R^2$ em $R$ .
24/04/2024	Gráficos de funções de $R^2$ em $R$ .



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPel - Cobalto.**

### CRONOGRAMA

Data	Tópico abordado
26/04/2024	Limites de funções de $R_m$ em $R_n$ .
29/04/2024	Limites por caminhos. O teorema do Sanduíche.
01/05/2024	Feriado
03/05/2024	Continuidade em $R_m$ . Teorema de Weierstrass.
06/05/2024	Aula de exercícios, sobre a lista 01.
10/06/2024	Revisão de conteúdos de várias aulas [retomada das atividades após suspensão das aulas devido aos alagamentos no RS].
12/06/2024	Uma revisão sobre continuidade e sobre derivadas de funções vetoriais de uma variável real. Derivadas parciais. Conceito e exemplos. Significado geométrico da derivada parcial.
14/06/2024	Derivadas de ordem mais alta. Teorema de Schwarz.
17/06/2024	Diferenciabilidade no $R_m$ . A matriz Jacobiana.
19/06/2024	Diferenciabilidade, parte 2. Resolução de exercícios da lista 01.
21/06/2024	Aula de exercícios, sobre a Lista 03.
22/06/2024	Aula extra de exercícios, sobre as listas 03 e 04, gravado no eaula.
24/06/2024	PROVA 01.
26/06/2024	Diferencial total. Regra da Cadeia
28/06/2024	Regra da Cadeia.
01/07/2024	Derivada direcional e o vetor gradiente.
03/07/2024	Plano tangente. pontos críticos.
05/07/2024	Pontos críticos e multiplicadores de Lagrange.
08/07/2024	Fórmula de Taylor.
12/07/2024	Integral dupla e o Teorema de Fubini.
15/07/2024	Idem
17/07/2024	Coordenadas polares e integrais em coordenadas polares.
19/07/2024	Mudança de variáveis em integrais duplas.
20/07/2024	Aula de exercícios. (gravado no e-aula)
22/07/2024	Integrais impróprias.
24/07/2024	Aula de exercícios.
26/07/2024	PROVA 02.
29/07/2024	Integrais triplas.
31/07/2024	Coordenadas cilíndricas e esféricas. Integrais nesses sistemas.
02/08/2024	Mudança de variáveis em integrais triplas.
05/08/2024	Campos vetoriais. Campos conservativos.
07/08/2024	ntegrais de linha.
09/08/2024	Independência de caminho.



## PLANO DE ENSINO

**Atenção: Este Plano de Ensino poderá ser alterado, até o encerramento da turma, pelo professor responsável no Sistema de Gestão Acadêmica da UFPel - Cobalto.**

### CRONOGRAMA

Data	Tópico abordado
12/08/2024	Teorema de Green.
14/08/2024	Divergência e rotacional. Versões vetoriais do T de Green (Teoremas da divergência e de Stokes).
16/08/2024	Idem.
19/08/2024	Superfícies em $R^3$ .
21/08/2024	Área de superfícies.
23/08/2024	Integrais de superfícies.
26/08/2024	Aula de exercícios.
28/08/2024	Aula de exercícios.
30/08/2024	PROVA 03.