

**Fundação Universidade Federal de Pelotas**  
**Curso de Licenciatura em Matemática**  
**Disciplina de Cálculo I**  
**Prof. Dr. Maurício Zahn**

**Lista 01 de Exercícios - Composição de funções, injetividade, sobrejetividade, bijetividade. Inversas**

1. Sejam  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ ,  $g : \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$  e  $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , dadas respectivamente por

$$f(x) = -\frac{1+x}{2}; \quad g(x) = 2x - 5 \quad \text{e} \quad h(x) = \frac{1}{x}.$$

Justifique por que é possível montar a composição  $u = f \circ h \circ g$ . Em seguida, determine a função  $u : A \rightarrow B$  exibindo quem é o domínio  $A$  e quem é o contradomínio  $B$ .

2. Sejam  $f$  e  $g$  funções reais (i.e.,  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ) definidas pelas leis

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4, & \text{se } x \geq 1 \\ 3x + 4, & \text{se } x < 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = x - 3$$

Determine a lei que define  $f \circ g$ .

3. Sendo as funções  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$  dada por  $f(x) = \frac{x+2}{x}$  e  $g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$  dada por  $g(x) = \frac{2}{x-1}$ . Determine  $g \circ f$  e  $f \circ g$ . O que se conclui do resultado obtido?

4. Sejam os conjuntos  $A = \{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{1}{2}\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1\}$  e as funções  $f : A \rightarrow (-\infty, 0]$ ,  $f(x) = 2x - 1$ ;  $g : (-\infty, 0] \rightarrow [0, +\infty)$ ,  $g(x) = x^2$  e  $h : [0, +\infty) \rightarrow B$ ,  $h(x) = 4x - 1$ . Determine a função  $w = h \circ g \circ f$  e também a sua inversa  $w^{-1}$ .

5. Dadas as funções  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por  $f(x) = 3x - 2$  e  $g(x) = 2x + 5$ , determine a função inversa de  $g \circ f$ .

6. Seja  $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$  dada por  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ .

(a) Obtenha o domínio de  $f$  e seus zeros, se houverem.

(b) Encontre os valores de  $x \in \mathbb{R}$  tais que  $|f(x)| \leq \frac{2}{3}$ .

(c) Mostre que  $f$  é inversível e calcule sua inversa  $f^{-1}$ .

(d) Seja  $g$  a função cuja lei é dada por  $g(x) = \frac{1}{1-x}$ . Obtenha o domínio desta função e comente porque é possível compor  $g \circ f$ . Em seguida, obtenha  $g \circ f$ .

7. Sejam  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por  $f(x) = 2x - \frac{4\pi}{3}$  e  $g(x) = 1 + 2\text{sen } x$ . Esboçar o gráfico de  $g \circ f$ , indicando domínio e imagem.

8. Sejam as funções  $f : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$  e  $g : (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow (0, +\infty)$  dadas respectivamente por

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{e^x}} \quad \text{e} \quad g(x) = 2 \ln \csc x$$

Construa o gráfico de  $h = f \circ g$ , indicando domínio e imagem.  $h$  é periódica?  $h$  é bijetiva?