Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos de Química e Computação
Terceira Prova de Cálculo 1
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 14/03/2024.

Questão 01. [1,0 pt] Dada a equação do movimento de uma partícula por $s(t) = 5t + \frac{20}{t+1}$, onde a posição s é expressa em metros e o tempo t em segundos. Obtenha a velocidade e a aceleração no instante de tempo $t = 1$ s.

Questão 02. Calcule a derivada de cada função abaixo: [0,5 pt cada]

(a) $f(x) = (1 + x) \cdot \arctan \sqrt{x}$

(b) $f(x) = \ln(\sqrt{1 + x^2} - x)$

(c) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{\sqrt{x}}$

(d) $f(x) = x^2 e^{\tan 2x}$

Questão 03. [1,0 pt] Derivar implicitamente em x a função: $x^2 + y^2 + \ln(xy) = \cos y$.

Questão 04. [1,0 pt] Calcule $f'(x) = \dfrac{dy}{dx}$ para a função f definida parametricamente por

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{t} \\ y = \sqrt[3]{t^2} \end{cases} .$$

Questão 05. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 + (x - 3)^{\frac{1}{3}}$.

(a) [0,5 pt] Encontre os zeros de f, e assíntotas, se existirem.

(b) [1,0 pt] Determine os pontos críticos de f, e obtenha os intervalos de crescimento e decrescimento de f.

(c) [0,5 pt] Obtenha os pontos de máximo e mínimo, se existirem,

(d) [0,5 pt] Determine os intervalos onde f possui concavidade para cima e concavidade para baixo. Se f possuir ponto de inflexão, determine-o.

(e) [0,5 pt] De posse dos resultados dos itens anteriores, construa o esboço gráfico de f.

Questão 06. [1,5 pt] Uma bola de ferro esférica de 4cm de raio está coberta por uma camada de gelo de espessura uniforme. Se o gelo derrete com uma taxa de 10 cm^3/min, a que taxa a espessura de gelo diminuirá quando a mesma tiver 2cm?

Questão 07. [1,5 pt] Se uma lata fechada com volume 16π cm^3 deve ter a forma de um cilindro circular reto, ache a altura e o raio, se um mínimo de material deve ser usado em sua fabricação.

Questão 08. [1,0 pt] Uma função $f : A \to B$ é dita ser de *Lipschitz* se, existir $M > 0$ tal que $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$, $\forall x, y \in A$. Isto posto, dada $f : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$, usando o Teorema do Valor Médio, mostre que f é de Lipschitz.

Questão 09. [1,0 pt] Use diferenciais para obter um valor aproximado para $\sqrt{5}$.