

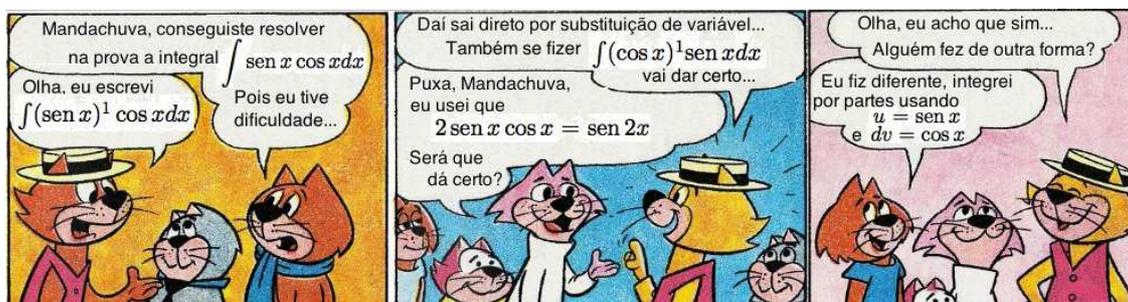
Universidade Federal de Pelotas
 Disciplina de Cálculo 2 - Turma T2
 Prof. Dr. Maurício Zahn

Lista 04 de Exercícios - Integração por partes. Integração por substituição trigonométrica.

1. Calcule cada integral a seguir, usando a integração por partes.

- | | | |
|---|--|--|
| (a) $\int x \sin x \, dx$ | (b) $\int x \sec^2 x \, dx$ | (c) $\int \operatorname{arccot} x \, dx$ |
| (d) $\int \arccos 2x \, dx$ | (e) $\int x^2 e^{-x} \, dx$ | (f) $\int \ln x \, dx$ |
| (g) $\int x^2 \arcsin x \, dx$ | (h) $\int \frac{\ln x \, dx}{(x+1)^2}$ | (i) $\int \arctan \sqrt{x} \, dx$ |
| (j) $\int e^{2x} \cos 3x \, dx$ | (k) $\int (x^3 - 3x + 1) \ln x \, dx$ | |
| (l) $\int \arcsin \sqrt{\frac{x}{2}} \, dx$ | (m) $\int \csc^3 x \, dx$ | (n) $\int e^{2x} \sin \frac{x}{2} \, dx$ |

2. Leia atentamente a tira abaixo, adaptada da Turma do Mandachuva.



O problema que os personagens discutem consiste na resolução da integral indefinida

$$\int \sin x \cos x \, dx.$$

Pela narrativa da tira, existem diferentes formas de se calcular essa integral.

- (a) Calcule $\int \sin x \cos x \, dx$ usando a dica que o Mandachuva dá no primeiro quadro.
- (b) Mandachuva também comenta, no segundo quadro, outra forma de resolver o problema acima. Resolva-o dessa outra forma também.
- (c) O personagem Chuchu, que está de camiseta branca, no segundo quadro, faz a mudança $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$. Resolva dessa forma o mesmo problema.
- (d) No terceiro quadro, um terceiro personagem afirma ter usado integração por partes. Resolva dessa forma.
- (e) Alguns dos casos resolvidos acima apresentam respostas aparentemente diferentes, no entanto, todas elas são equivalentes. Você saberia explicar isso ao personagem Batatinha (o mais baixo no terceiro quadro)?

3. Deduza a seguinte *fórmula de recorrência*: dado $r \in \mathbb{R}$, vale a fórmula:

$$\int x^r e^x \, dx = x^r e^x - r \int x^{r-1} e^x \, dx.$$

4. Use a fórmula do exercício anterior para calcular $\int x^4 e^x \, dx$.

5. Deduzir, onde $r \in \mathbb{R}$, a fórmula:

$$\int x^r \ln x \, dx = \begin{cases} \frac{x^{r+1}}{r+1} \ln x - \frac{x^{r+1}}{(r+1)^2} + c, & \text{ser } \neq -1 \\ \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c, & \text{ser } = -1 \end{cases}$$

Em seguida, calcule $\int x^{12} \ln x \, dx$.

6. Mostre que, $\forall n \in \mathbb{N}$, vale

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx.$$

Em seguida, calcule $\int \sin^4 x \, dx$.

7. Calcule cada integral definida a seguir:

$$(a) \int_{-1}^2 \ln(x+2) \, dx \quad (b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \sqrt{2x} \, dx \quad (c) \int_0^1 x^2 e^{-x} \, dx$$

8. Calcule as integrais a seguir, através de uma substituição trigonométrica:

$$(a) \int \frac{dx}{9x^2 + 5} \quad (b) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 16}} \quad (c) \int \frac{dx}{4x^2 + 4x - 6}$$
$$(d) \int \sqrt{4x^2 + 9} \, dx \quad (e) \int \frac{dx}{\sqrt{1 + 2x + 3x^2}} \quad (f) \int \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{x^3} \, dx$$