

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos de Química e Computação
Primeira Prova de Cálculo 1
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome:

Data: 28/11/2023

Questão 01. Resolver, no corpo dos reais, a inequação $\left| \frac{3x+1}{2x-3} \right| \leq \frac{2}{3}$.

Questão 02. Determine o domínio D da função $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - (3x-1) \ln \frac{x-1}{4-x} - \frac{4}{3x-5}.$$

Questão 03. Sejam f e g funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} definidas, respectivamente, por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4, & \text{se } x \geq 1 \\ 3x + 4, & \text{se } x < 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = x - 3.$$

Obtenha a lei que define $f \circ g$. Em seguida, faça seu esboço gráfico. Esta função é bijetiva? Justifique.

Questão 04. O professor Willard Libby, da Universidade da Califórnia, recebeu o Prêmio Nobel de Química por sua descoberta de um método de determinar a data da morte de um fóssil. Ele usou o fato de que no tecido de um organismo vivo estão presentes dois tipos de átomos de carbono: um carbono radioativo, notado por C^{14} , e um carbono estável, notado por C^{12} , sendo que a razão entre a quantidade de C^{14} e a de C^{12} é praticamente constante. Quando o organismo morre, a lei de decaimento natural aplica-se somente ao C^{14} . Se for determinado que a quantidade de C^{14} presente em um certo fóssil é de 23% da quantidade original, sabendo que a meia vida do C^{14} é de 7530 anos, quando morreu o organismo?

Questão 05. Esboce o gráfico de cada função abaixo, indicando domínio e imagem:

(a) $f(x) = x|1-x|$ (b) $f(x) = 1 - 2^{1-3x}$ (c) $f(x) = \left| 2 - 2 \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \right|$

Questão 06. Sendo $\log_{\beta} A = 2$, $\log_{\beta} B = -1$ e $\log_{\beta} C = \frac{1}{2}$, determine o valor de $\log_{\beta} \frac{AB^2}{\sqrt[3]{C}}$.

Questão 07. Um barco navega seguindo uma trajetória retilínea e paralela à costa. Num certo momento, um coqueiro situado na costa da praia é visto do barco sob um ângulo de 15° com a trajetória. Navegando mais 500 m o coqueiro fica posicionado na linha perpendicular à trajetória do barco. Qual a distância do barco à costa?

Questão 08. Sabendo que $x + y = 300^\circ$, $0^\circ \leq x < 90^\circ$, $180^\circ < y < 270^\circ$ e que $\cot x = \frac{2}{3}$, determine o valor de $\cos y$.

Questão 09. Sendo $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\cos \beta = \frac{3}{4}$, com α e β arcos do primeiro quadrante, determine o valor de $\sin(\alpha + \beta)$.