

Universidade Federal de Pelotas
Disciplina de Cálculo 2 - Turmas T2
Prof. Dr. Maurício Zahn

Lista 3 de Exercícios - Constante de integração. Integrais imediatas

1. Podemos integrar $\int \sec^2 x \tan x dx$ de duas maneiras como segue:

$$(a) \int \sec^2 x \tan x dx = \int \tan x (\sec^2 x dx) = \frac{1}{2} \tan^2 x + c,$$

$$(b) \int \sec^2 x \tan x dx = \int \sec x (\sec x \tan x dx) = \frac{1}{2} \sec^2 x + c.$$

Explique a diferença aparente entre as duas respostas.

2. Parece que podemos integrar $f(x) = 2 \sin x \cos x$ em relação à x de três formas diferentes como seguem:

$$\begin{aligned} \bullet \int 2 \sin x \cos x dx &= \int 2u du, \text{ onde } u = \sin x \text{ e, portanto,} \\ &= u^2 + c = \sin^2 x + c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int 2 \sin x \cos x dx &= \int -2u du, \text{ onde } u = \cos x \text{ e, portanto,} \\ &= -u^2 + c = -\cos^2 x + c. \end{aligned}$$

$$\bullet \int 2 \sin x \cos x dx = \int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} + c.$$

Poderiam as três integrações estarem corretas? Justifique.

3. É verdade que

$$\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx ?$$

Justifique com um exemplo.

4. *Gangues de ruas*. A “Gangue dos integrais” ataca novamente! Mais uma vez esses famigerados mostram que não têm limites, e não estamos nos referindo a limites de integração, pois sua pichação é “indefinida”. Dessa vez os famigerados fizeram uma pichação num pilar de um viaduto, como mostramos abaixo.



A ousadia dessa gangue transcende o crime da pichação pois, matematicamente, sua pichação está errada. Você foi convocado para dar uma lição a esses famigerados! Corrija-os apontando porque a pichação está mal, e acerte-a.

5. (a) Se f for uma função ímpar, ou seja, se $f(-x) = -f(x), \forall x \in D(f)$, o que resultará

$$\int_{-a}^a f(x) dx ?$$

(b) Calcule $\int_{-3}^3 x^{89} \cdot \cos(4x) dx$.

6. Calcule cada integral indefinida a seguir.

(a) $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln x) dx}{x}$

(b) $\int \cos \sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(c) $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$

(d) $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2-4}} dx$

(e) $\int \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x}} - \frac{\ln x}{x} \right) dx$

(f) $\int \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}$

(g) $\int \frac{x^2 dx}{1+x^6}$

(h) $\int 5\sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(i) $\int \frac{e^t}{\sqrt{1-e^{2t}}} dt$

(j) $\int x \cdot 7^{x^2} dx$

(k) $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\cos^2 x} dx$

(l) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2} \ln(x + \sqrt{1+x^2})}$

(m) $\int \frac{\arctan \frac{x}{2}}{4+x^2} dx$

(n) $\int \sec^2(ax+b) dx$

(o) $\int \frac{1 + \operatorname{sen} 3x}{\cos^2 3x} dx$

(p) $\int x \sqrt[5]{5-x^2} dx$

(q) $\int \frac{3 - \sqrt{2+3x^2}}{2+3x^2} dx$

(r) $\int \frac{4dx}{x^2+9}$

(s) $\int \frac{dx}{3-x^2}$

(t) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6}}$

(u) $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$

(v) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$

(w) $\int \frac{3dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$

(x) $\int \frac{dx}{x^2-6x+5}$