Universidade Federal de Pelotas
Disciplina de Cálculo 2 - Turma T2
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 2 de Exercícios - O Teorema Fundamental do Cálculo. Integrais imediatas

1. Seja $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } \ 0 \leq x \leq 1 \\ 2, & \text{se } \ 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Determine a função F a partir de f, apresentando seus esboços gráficos num mesmo plano cartesiano. Dê a interpretação geométrica de F. Marque nos gráficos de F e f o significado de $F(\frac{3}{2})$.

2. Idem para a função $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } \ 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{se } \ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

3. Use o Teorema Fundamental do Cálculo, primeiro formato, para obter a derivada de cada função abaixo:

(a) $F(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{1}{t^3+1}dt$ (b) $F(x) = \displaystyle\int_1^{e^x} \ln t dt$

(c) $F(x) = \displaystyle\int_1^{\sqrt{x}} \frac{z^2}{z^4+1}dz$ (d) $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^4} \cos t dt$

4. De acordo com o Teorema Fundamental do Cálculo, calcule cada integral definida a seguir[1]:

(a) $\displaystyle\int_0^2 x^2 dx$ (b) $\displaystyle\int_{-2}^2 (x^3+1)dx$ (c) $\displaystyle\int_1^4 (x^2+4x+5)dx$

(d) $\displaystyle\int_1^4 |x-2|dx$ (e) $\displaystyle\int_{-2}^2 x|x-3|dx$ (f) $\displaystyle\int_{-3}^3 \sqrt{3+|x|}dx$

5. Usando o Teorema Fundamental do Cálculo, mostre que

(a) $\displaystyle\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$. (b) $\displaystyle\int_0^\pi \cos x dx = 0$.

6. Se f for uma função par, i.e., $f(x) = f(-x)$, $\forall x \in \mathrm{D}(f)$, mostre geometricamente ou de outro modo que

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx.$$

7. Calcule cada integral indefinida a seguir usando as regras estudadas em aula.

(a) $\displaystyle\int\left(\frac{1}{x^2} + \sin 3x\right) dx$ (b) $\displaystyle\int \frac{4x^2 - 2\sqrt{x}}{x} dx$ (c) $\displaystyle\int \frac{(2x+3)dx}{\sqrt{x^2+3x}}$ (d) $\displaystyle\int \frac{\cos ax\, dx}{\sqrt{b+\sin ax}}$

(e) $\displaystyle\int \frac{dy}{\sqrt{a-by}}$ (f) $\displaystyle\int \left(\frac{\sec x}{1+\tan x}\right)^2 dx$ (g) $\displaystyle\int \frac{\sec 2\theta \tan 2\theta d\theta}{3\sec 2\theta - 2}$ (h) $\displaystyle\int \frac{e^{\sqrt{x}} - 3}{\sqrt{x}} dx$

[1] Uma dica: Para as funções modulares, abra a definição de módulo e quebre a integral numa soma adequada de duas integrais, uma para cada sentença do módulo que foi "aberta".