

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos de Física e Matemática
Disciplina de Geometria Analítica
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 05 de Exercícios

1. Determine a distância entre os pontos A e B em cada item abaixo:
(a) $A(3, 4, 2)$ e $B(1, 6, 3)$. (b) $A(2, -4, 1)$ e $B(\frac{1}{2}, 2, 3)$. (c) $A(-1, 2, 4)$ e $B(2, 2, -2)$.
2. Mostre que os pontos $A(1, -1, 3)$, $B(2, 1, 7)$ e $C(4, 2, 6)$ são vértices de um triângulo retângulo.
3. Ache a equação da esfera de centro $C(2, -1, 3)$ e que passa pelo ponto $P(3, 3, 3)$.
4. Determine a equação da esfera com centro $C(1, 0, -1)$ e diâmetro 8.
5. Ache a equação da esfera concêntrica à esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 8z - 9 = 0$ e tem raio 3.
6. Obtenha a equação da esfera que contém os pontos $A(0, 0, 4)$, $B(2, 1, 3)$ e $C(0, 2, 6)$ e tem o seu centro no plano yz .
7. Determine as equações de duas esferas que estão centradas na origem e são tangentes à esfera de raio 1, centrada em $T(3, -2, 4)$.
8. Dados os vetores $\vec{u} = (1, 2, 3)$ e $\vec{v} = (3, -2, 1)$ em \mathbb{R}^3 , calcule:
(a) $2 \cdot \vec{u} - 3 \cdot \vec{v}$ (b) $\vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$ (c) $\|\vec{u} + \vec{v}\|$ (d) $\|2 \cdot \vec{v} - 5\vec{v}\|$
9. Dados os pontos $P_1(4, -1, 3)$ e $P_2(2, 2, 2)$, determine o versor do vetor $\overrightarrow{P_1P_2}$.
10. Dados os vetores $\vec{u} = (2, -3, 1)$, $\vec{v} = (1, 0, 2)$ e $\vec{w} = (-2, 1, 0)$, calcule:
(a) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$ (b) $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot \vec{w}$ (c) $2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{w}$
11. Dados os pontos $A(2, -3, 0)$, $B(1, 1, -1)$ e $C(2, 3, 1)$.
(a) Obtenha o vetor \overrightarrow{CM} , sendo M o ponto médio do segmento \overline{AB} .
(b) Os vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{CM} são ortogonais?
(c) Encontre a equação da esfera de centro em C e cujo raio é numericamente igual ao comprimento do vetor \overrightarrow{CM} .
12. Calcule o valor de $\vec{i} \cdot \vec{j}$, $\vec{i} \cdot \vec{k}$ e $\vec{k} \cdot (\vec{i} + \vec{j})$.
13. Dados os vetores $\vec{u} = (1, 2, -3)$, $\vec{v} = (2, 0, -1)$ e $\vec{w} = (3, 1, 0)$, determine o vetor \vec{s} tal que $\vec{s} \cdot \vec{u} = -16$, $\vec{s} \cdot \vec{v} = 0$ e $\vec{s} \cdot \vec{w} = 3$.
14. Calcular $\|\vec{u} + \vec{v}\|$, $\|\vec{u} - \vec{v}\|$ e $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$, sabendo que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 3$ e o ângulo entre \vec{u} e \vec{v} é de 60° .
15. Determine o valor de m para que os vetores $\vec{u} = m\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$ e $\vec{v} = 2\vec{i} + (1 - 2m)\vec{j} + 3\vec{k}$ sejam ortogonais.
16. Determine o ângulo entre os vetores $\vec{u} = (2, -1, -1)$ e $\vec{v} = (-1, -1, 2)$.
17. Determine o vetor \vec{u} tal que $\|\vec{u}\| = 2$, o ângulo entre \vec{u} e $\vec{v} = (1, -1, 0)$ é 45° e \vec{u} é ortogonal a $\vec{w} = (1, 1, 0)$.

18. Seja o triângulo de vértices em $A(3, 4, 4)$, $B(2, -3, 4)$ e $C(6, 0, 4)$, determine o ângulo interno ao vértice B .
19. Sejam $\vec{u} = (2, -1, 3)$, $\vec{v} = (0, 1, 7)$ e $\vec{w} = (1, 4, 5)$, determine:
 (a) $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$. (b) $(\vec{u} \times \vec{w}) \cdot \vec{v}$
20. Dados os vetores $\vec{u} = (-4, -2, 4)$, $\vec{v} = (2, 7, -1)$, $\vec{w} = (6, -3, 0)$ e $\vec{z} = (5, 4, -3)$, efetue as operações indicadas em cada caso.
 a) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$; b) $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$; c) $(\vec{u} \cdot \vec{v})(\vec{w} \cdot \vec{z})$;
 d) $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \times (4\vec{w} - \vec{z})$; e) $\vec{u} \cdot \vec{v} \times \vec{w}$; f) $\vec{u} \times (2\vec{z} - \vec{w})$.
21. Mostre que o quadrilátero com vértices em $A(-2, 1, -1)$, $B(1, 1, 3)$, $C(-5, 4, 0)$ e $D(8, 4, -4)$ é um paralelogramo e ache a sua área.
22. Mostre que o quadrilátero com vértices em $A(1, -2, 3)$, $B(4, 3, -1)$, $C(2, 2, 1)$ e $D(5, 7, -3)$ é um paralelogramo e ache a sua área.
23. Ache a área do triângulo de vértices em $A(4, 5, 6)$, $B(4, 4, 5)$ e $C(3, 5, 5)$.
24. Dados os vetores do \mathbb{R}^3

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{i} - \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{k} \quad \text{e} \quad \vec{v} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \vec{i} + \frac{5}{3\sqrt{3}} \vec{j} + \frac{1}{3\sqrt{3}} \vec{k}.$$

- (a) Verifique que eles são unitários.
- (b) Sendo θ a medida em radianos do ângulo entre \vec{u} e \vec{v} , encontre $\sin \theta$ de duas maneiras:
 i. usando o produto vetorial;
 ii. usando o produto escalar.
25. Calcule o produto misto $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$, onde $\vec{u} = (1, 1, 0)$, $\vec{v} = (3, -2, 2)$ e $\vec{w} = (4, -1, 2)$.
26. Calcule o volume do paralelepípedo formado pelos vetores $\vec{u} = (1, 2, -3)$, $\vec{v} = (2, 0, 1)$ e $\vec{w} = (1, -1, 4)$.
27. Calcule o volume do paralelepípedo gerado pelo vetores $\vec{u} = (2, 2, 1)$, $\vec{v} = (1, 0, 3)$ e $\vec{w} = (0, -4, 0)$.