**Fundação Universidade Federal de Pelotas**
**Departamento de Matemática e Estatística**
**Primeira Prova de Geometria Analítica**[1]
**Cursos de Matemática, Física e Química**
**Prof. Dr. Maurício Zahn**

**Nome:** **Data:** 27/07/2023.

**Questão 01.** [Peso 1] O que é vetor?

**Questão 02.** Sejam os pontos $A(-2,1)$, $B(3,2)$ e $C(1,4)$ do $\mathbb{R}^2$.

(a) [Peso 1] Determine $\text{proj}_{\overrightarrow{AC}}\overrightarrow{AB}$.

(b) [Peso 2] Obtenha a equação da reta $(r)$ que passa pelos pontos $A$ e $B$. Em seguida, encontre a equação da reta perpendicular à reta $(r)$, passando pelo ponto $C$.

(c) [Peso 2] Obtenha a equação da circunferência determinada pelos pontos $A, B$ e $C$.

**Questão 03.** Considere o lugar geométrico dado pela equação

$$(\gamma):\ x^2+4y^2-2x-3=0$$

(a) [Peso 2] Identifique o lugar geométrico, determinando vértices, focos e centro, fazendo também um esboço gráfico de $(\gamma)$.

(b) [Peso 2] Esboce no mesmo plano cartesiano o gráfico da parábola $(\delta)$ de equação

$$(\delta):\ x=y^2,$$

identificando foco, vértice e reta diretriz. Em seguida, determine os pontos de interseção entre $(\gamma)$ e $(\delta)$.

(c) [Peso 1] Chamando de $A$ e $B$ os pontos de interseção obtidos no item anterior, determine a medida do ângulo $\theta$ formado pelos vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

**Questão 04.** [Peso 2] Mediante rotações e translações de eixos, esboce o gráfico da cônica de equação

$$5x^2+4xy+2y^2+20x+20y+44=0,$$

identificando-a[2].

**Questão 05.** [Peso 2] Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ do $\mathbb{R}^2$, tais que $||\vec{u}||=3$, $||\vec{v}||=2$ e o ângulo entre eles sendo de $120°$, determine o produto escalar entre os vetores $2\vec{u}-\vec{v}$ e $\vec{u}-4\vec{v}$.

[1] A nota $N$ será definida pela fórmula $N=\frac{\sum \text{pesos}\times 10}{13}$

[2] Para ajudar, as fórmulas usuais são:

$$\cot 2\alpha=\frac{A-C}{B};\quad 1+\tan^2 2\alpha=\sec^2 2\alpha;\quad \cos\alpha=\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}};\quad \operatorname{sen}\alpha=\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}};$$

$$\begin{cases} x=\tilde{x}\cos\alpha-\tilde{y}\operatorname{sen}\alpha\\ y=\tilde{x}\operatorname{sen}\alpha+\tilde{y}\cos\alpha\end{cases}$$