

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Lic. em Matemática
Primeira Prova de Cálculo IV
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome:

Data: 28/07/2023

Questão 01. Sejam $A \subset \mathbb{R}^m$ um bloco do \mathbb{R}^m , $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ integrável, e sejam

$$m = \inf\{f(x) : x \in A\} \text{ e } M = \sup\{f(x) : x \in A\}.$$

(a) [1,5 pt] Mostre que

$$m \leq \frac{\int_A f(x) dx}{\text{Vol}(A)} \leq M.$$

(b) [1,0 pt] Encontre um intervalo fechado que contenha o valor da integral $\int_A (x+y)e^{yz} dx dy dz$, onde A é o bloco $[1, 3] \times [0, 2] \times [1, 4]$.

Questão 02. [1,5 pt] Calcule $\iint_{\Omega} \frac{x}{x^2 + y^2} dA$, onde Ω é a região

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -x \text{ e } y \geq x\}.$$

Questão 03. [3,0 pt] Calcule a integral dupla

$$\iint_{\Omega} \sqrt{x+y} \ln(x-3y) dx dy,$$

onde Ω é o quadrilátero $ABCD$ de vértices $A(\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$, $B(\frac{9}{4}, -\frac{1}{4})$, $C(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ e $D(1, 0)$.

Questão 04. [1,0 pt cada] Calcule as integrais abaixo:

$$(a) \int_0^1 \int_y^1 \frac{\text{sen } x}{x} dx dy \quad (b) \int_0^1 \int_0^z \int_0^y z e^{-y^2} dx dy dz \quad (c) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2 - y^2} dx dy$$

Questão 05. [1,0 pt] Calcule o volume do sólido abaixo do plano $x + 2y - z = 0$ e acima da região limitada por $y = x$ e $y = x^4$.