Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos de Bach. em Química e Bach. em Química industrial
Disciplina de Álgebra linear e Geometria analítica
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 03 de Exercícios - Retas e planos no $\mathbb{R}^3$

1. Dados os pontos $A(1,2,3)$ e $B(-2,3,0)$, determine:
   (a) a equação vetorial da reta que passa por A e B.
   (b) a equação paramétrica da reta que passa por A e B.
   (c) a equação simétrica da reta que passa por A e B.

2. Obtenha a equação da reta que passa por $A(1,-2,4)$ e é paralela ao eixo dos x.

3. A reta (r) de equação paramétrica
$$(r):\begin{cases} x=1+2t\\ y=t\\ z=3-t\end{cases}$$
forma um ângulo de $30°$ com a reta determinada pelos pontos $A(3,1,-2)$ e $B(4,0,m)$. Calcule o valor de m.

4. A reta
$$(r):\begin{cases} y=mx+3\\ z=x-1\end{cases}$$
é ortogonal à reta determinada pelos pontos $A(1,0,m)$ e $B(-2,2m,2m)$. Obtenha o valor de m.

5. Encontre a equação do plano (π) que contêm o ponto $P(3,1,2)$ e possui o vetor $\vec{n}=(1,2,-3)$ como vetor normal.

6. Encontre a equação do plano que contém os pontos $A(1,1,1)$, $B(2,-1,3)$ e $C(-1,0,4)$.

7. Encontre a equação do plano que é perpendicular à reta que passa pelos pontos $P(2,2,-4)$ e $Q(7,-1,3)$ e contendo o ponto $A(5,-1,2)$.

8. Encontre a equação do plano que contém o ponto $P(1,-1,1)$ e a reta $(r):\ (x,y,z)=(2,2,2)+t(1,1,-1)$.

9. Obtenha a equação da reta que passa pelo ponto $A(4,-5,20)$ e é perpendicular ao plano $4x-2y+z-7=0$.

10. Determine a equação da reta (r) que passa pelo ponto $A(2,0,-4)$ e é paralela a cada um dos planos $(\pi):\ 2x+y-z=0$ e $(\alpha):\ x+3y-5z=0$.

11. Determine a equação da reta (r) que passa por $A(-2,0,5)$ e é paralela á reta (s) de equações paramétricas: $x=1+2t$, $y=4-t$ e $z=6+2t$.

12. Obtenha a equação da reta que passe pela origem do $\mathbb{R}^3$ e que é paralela á reta $x=t$, $y=-1+t$, $z=2$.

13. Determine a equação do plano que passa pela origem e é paralelo ao plano $4x-2y+7x+12=0$.

14. Obtenha a equação do plano que contém o ponto $A(-1,4,2)$ que contém a reta de intersecção entre os planos $4x - y + z - 2 = 0$ e $2x + y - 2z - 3 = 0$.

15. Dê uma equação da reta que passe por $A(1,3,2)$ e é perpendicular ao plano (π) de equação $x - 5y + z = 0$.

16. Obtenha as equações paramétricas da reta de interseção dos planos

$$(\pi_1): \ 2x - y - 3z - 5 = 0 \quad \text{e} \quad (\pi_2): \ x + y - z - 3 = 0.$$

17. Mostre que as retas de equações

$$\ell_1 : \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad \ell_2 : \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 + 6t \\ z = 2 - \dfrac{5}{2}t \end{cases}$$

se interseptam e obtenha uma equação do plano que elas determinam.

18. Dados os planos $(\alpha) : x - y + z + 1 = 0$ e $(\beta) : x + y - z - 1 = 0$, pede-se a equação do plano que contém a intersecção de (α) e (β) e é perpendicular ao plano $(\pi) : x + y + z = 0$.

19. (**Já caiu em prova!**) Achar a equação da reta (s) perpendicular aos vetores $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ e que passa por $P = (r) \cap (\beta)$, sendo (r) a reta de equação

$$(r) : \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad \text{e} \quad (\beta) \text{ o plano de equação } (\beta) : \ x + y + 2z - 6 = 0.$$

20. O plano $(\pi) : x + y - z - 2 = 0$ intercepta os eixos coordenados nos pontos A, B e C. Calcule a área do triângulo com vértices nestes pontos.