**Fundação Universidade Federal de Pelotas**
**Curso de Licenciatura em Matemática**
**Disciplina de Análise Real I - Prof. Dr. Maurício Zahn**
**Lista 10 de Exercícios**
**(Limites notáveis)**

1. Calcule cada limite abaixo, se existir:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{2x^2}$ (b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-\operatorname{sen} 2x}{x+\operatorname{sen} x}$ (c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x^2}$

(d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1+\dfrac{3}{2x}\right)^{-2x}$ (e) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}\right)^{6x-4}$ (f) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x+4}\right)^{\frac{1-2x^2}{3x-1}}$

(g) $\lim\limits_{x\to 0} (1+2\operatorname{sen} x)^{\cot x+4}$ (h) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x^2+3x+1}{x^3+1}\right)^{\frac{1}{x}}$ (i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x^2} \ln \sec x$

2. Usando o segundo limite notável, prove o importante limite abaixo, onde $a > 0$, $a \neq 1$:

$$\lim_{x\to 0} \frac{a^x-1}{x} = \ln a$$

3. Usando o exercício anterior, calcule os seguintes limites:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^x-3^x}{\operatorname{sen} 3x}$ (b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{mx}-1}{3^x-8^{2x}}$ (c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{senh} x}{x}$

4. (a) Sabendo que a função *seno hiperbólico* de um arco $x \in \mathbb{R}$ é definido por

$$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

represente $x = \operatorname{arcsenh} y$ em termos de logaritmos.

(b) Com a representaçao obtida em (a), calcule o limite $\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{1}{y} \operatorname{arcsenh} y$.

5. (a) Sabendo que a função *tangente hiperbólica* de um arco $x \in \mathbb{R}$ é definida por

$$\tanh x = \frac{\operatorname{senh} x}{\cosh x},$$

represente $x = \operatorname{arctanh} y$ em termos de logaritmos.

(b) Com a representação obtida em (a), calcule o limite $\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{1-y}{y \cdot \operatorname{sen} y} \operatorname{arctanh} 5y^2$.