Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos de Bach. em Química e Bach. em Química industrial
Disciplina de Álgebra linear e Geometria analítica
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 12 de Exercícios - Autovalores e autovetores
Prof. Dr. Maurício Zahn

1. Determine os autovalores e autovetores associados a cada transformação linear abaixo:

   (a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (x + 2y, -x + 4y)$.

   (b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x + y, x - y + 2z, 2x + y - z)$.

   (c) $T : P_2 \to P_2$, $T(at^2 + bt + c) = at^2 + ct + b$.

   (d) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x + y + z, 2y + z, 2y + 3z)$.

2. Determine os autovalores e autovetores das seguintes matrizes:

   (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ (b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ (c) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

   (d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ (e) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (f) $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 8 & 6 & -5 \end{pmatrix}$

3. Se um operador linear $T : V \to V$ é tal que $\lambda = 0$ é um autovalor associado a T, mostre que o operador T não é inversível.

4. Mostre que uma matriz A e a sua transposta A^t possuem mesmos autovalores.

5. Defina o conjunto $V_\lambda = \{\vec{v} \in V : T(\vec{v}) = \lambda\vec{v}\}$, chamado de *subespaço associado ao autovalor* λ ou *autoespaço* de T. Mostre que V_λ é um subespaço vetorial de V.

6. Os autovalores de um operador linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ são $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = -3$, sendo $\vec{v}_1 = (1, -1)$ e $\vec{v}_2 = (-1, 0)$ os respectivos autovetores. Determine a transformação T, seu núcleo e sua imagem.