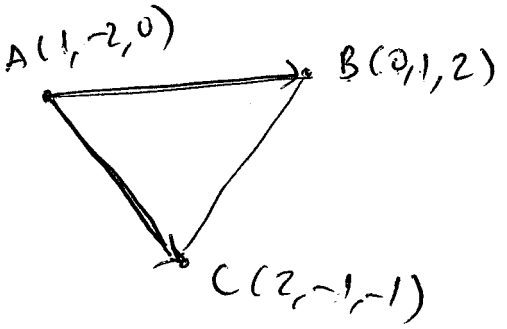
GABARITO DA 1ª PROVA

01)



$\vec{AB} = B - A = (-1, 3, 2)$

$\vec{AC} = C - A = (1, 1, -1)$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} \\ -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{matrix}$$

$= -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k} - 3\vec{k} - 2\vec{i} - \vec{j}$

$= -5\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$

$= (-5, 1, -4)$

(a) $A = \frac{1}{2} \| \vec{AB} \times \vec{AC} \|$.

$\| \vec{AB} \times \vec{AC} \| = \sqrt{(-5)^2 + (1)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{25 + 1 + 16}$

$= \sqrt{42}$

1.0

Portanto, $A = \frac{\sqrt{42}}{2}$ unidades de área.

(b) $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = (-5, 1, -4)$

$(\pi): -5x + y - 4z + d = 0$. $A(1, -2, 0) \in (\pi)$;

então: $-5.(1) - 2 - 4.0 + d = 0$

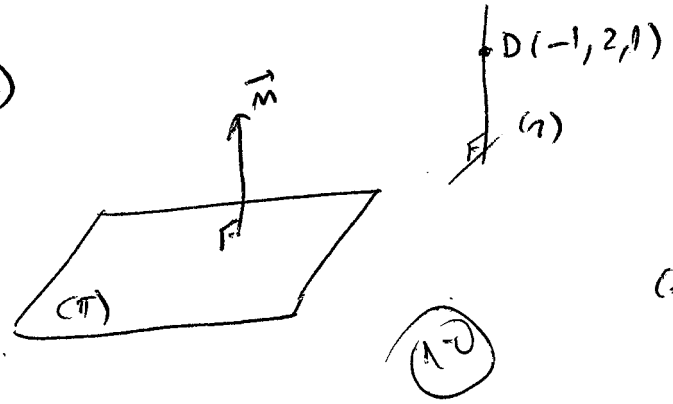
$-7 + d = 0 \Rightarrow \boxed{d = 7}$

1.0

Portanto, obtemos:

$$\boxed{(\pi): -5x + y - 4z + 7 = 0}$$

(c)



1,0

$\vec{m}$ é o vetor diretor.

Assim, a eq. da reta (r) é:

$$(r): \begin{cases} x = -1 - 5t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$$

(d) $\overrightarrow{AB} = (-1, 3, 2)$; $\overrightarrow{AD} = D - A = (-2, 4, 1)$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$; $\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{4+16+1} = \sqrt{21}$

Então:

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{\|\overrightarrow{AB}\| \cdot \|\overrightarrow{AD}\|} = \frac{(-1,3,2)\cdot(-2,4,1)}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{21}}$$

1,0

$$= \frac{2+12+2}{\sqrt{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7}} = \frac{16}{7\sqrt{6}} = \frac{16}{\sqrt{294}}$$

$$\Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{16}{7\sqrt{6}}\right) \cong \cancel{0{,}933138949631687}$$

$$\Rightarrow \theta \cong \arccos(0{,}933138949631687)$$

$$\boxed{\theta \cong 21{,}07^\circ}$$

(e) $\overrightarrow{AB} = (-1, 3, 2)$

$\overrightarrow{AC} = (1, 1, -1)$

$\overrightarrow{AD} = (-2, 4, 1)$

1,0

$V = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}]|$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{matrix}$$

$$= -1 + 6 + 8 + 4 - 4 - 3$$

$$= 10$$

$\Rightarrow V = |10| = 10$ unidades de volume

02) d_{NH_3} ;

$N(-0,02\ ;-0,9149\ ;0,1781)$

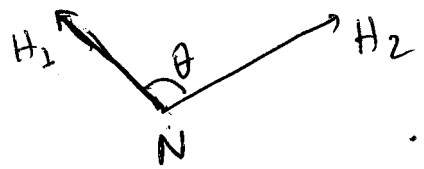
$H_3(-0,9788\ ;-0,6416\ ;\ 0,0954)$

$$d_{NH_3} = \sqrt{(-0,02+0,9788)^2+(-0,9149+0,6416)^2+(0,1781-0,0954)^2}$$

$$= \sqrt{0,91929744 + 0,07469289 + 0,00683929}$$

$$= \sqrt{1,00082962} \cong \underline{1,00}$$

1,0



$\overrightarrow{NH_1} = H_1 - N = (0,5390-0,02\ ;-0,8887+0,9149\ ;\ 0,0957-0,178$

$= (0,519\ ;\ 0,8262\ ;\ -0,0824)$. Logo:

$$\Rightarrow \|\overrightarrow{NH_1}\| = \sqrt{(0,519)^2+(0,8262)^2+(-0,0824)^2}$$

$$= \sqrt{0,269361+0,68260644+0,00678976}$$

$$= \sqrt{0,9587572} \cong 0,9791614780004 37.$$

1,5

$\overrightarrow{NH_2} = H_2 - N = (0,1972+0,02\ ;-1,5122+0,9149\ ;\ 0,6032-0,178$

$= (0,1772\ ;-0,5973\ ;\ 0,4251)$. Logo:

$$\|\overrightarrow{NH_2}\| = \sqrt{(0,1772)^2+(-0,5973)^2+(0,4251)^2}$$

$$= \sqrt{0,03139984+0,35676729+0,18071001}$$

$$= \sqrt{0,56887714} \cong 0,754239444738871.$$

03

Ainda;

$$\overrightarrow{NH_1} \cdot \overrightarrow{NH_2} = (0,519;\ 0,8262;\ -0,0824) \cdot (0,1772;\ -0,5973;\ 0,4251)$$

$$= 0,0919668 - 0,49348926 - 0,03502824$$

$$= -0,4365507.$$

Por fim:

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{NH_1} \cdot \overrightarrow{NH_2}}{\|\overrightarrow{NH_1}\| \cdot \|\overrightarrow{NH_2}\|} = \frac{-0,4365507}{0,9791614780004 37 \cdot 0,7542394447 3887}$$

$$= -0,5911138411251 12$$

$$\Rightarrow \theta \cong 126,2360896^\circ \cong 126,24^\circ$$

---

03) $C_3H_8 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$.

$x\,C_3H_8 + y\,O_2 \longrightarrow w\,CO_2 + z\,H_2O$

$$\begin{aligned} C &: 3x = w \\ H &: 8x = 2z \\ O &: 2y = 2w + z \end{aligned} \iff \begin{cases} 3x - w = 0 \\ 8x - 2z = 0 \\ 2y - 2w - z = 0 \end{cases}$$

A matriz aumentada será:

2,5

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{l_1 \hookrightarrow \frac{1}{3} l_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{l_2 \hookrightarrow l_2 - 8 l_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{l_2 \hookrightarrow l_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{l_2 \hookrightarrow \frac{1}{2} l_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{l_3 \hookrightarrow \frac{3}{8} l_3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{l_1 \hookrightarrow l_1 + \frac{1}{3} l_3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{l_2 \hookrightarrow l_2 + l_3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

MATRIZ ESCALONADA REDUZIDA POR LINHAS DO SISTEMA HOMOGÊNEO DADO.

Portanto, obtemos:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{4} z = 0 \\ y - \frac{5}{4} z = 0 \\ z - \frac{3}{4} z = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} z \\ y = \frac{5}{4} z \\ w = \frac{3}{4} z \end{cases}$$

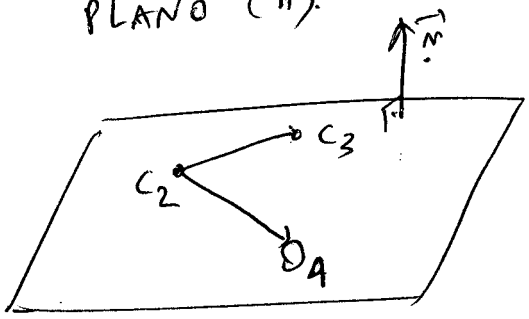
Tome $z = 4$. Assim, teremos $x = 1$; $y = 5$ e $w = 3$,

e a eq. fica balanceada:

$$C_3H_8 + 5O_2 \longrightarrow 3CO_2 + 4H_2O$$

---

04) PLANO (π):



$C_2(119, 42, 125)$

$C_3(119, 43, 126)$

$O_4(120, 41, 127)$

$$\overrightarrow{C_2C_3} = C_3 - C_2 = (0, 1, 1)$$

$$\overrightarrow{C_2O_4} = O_4 - C_2 = (1, -1, 2)$$

$$\vec{n} = \overrightarrow{C_2C_3} \times \overrightarrow{C_2O_4} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{matrix}$$

$$\vec{n} = 2\vec{i} + \vec{j} + 0\vec{k} - \vec{k} + \vec{i} - 0\vec{j}$$

$$\vec{n} = (3, 1, -1).$$

A eq. do plano (π) será:

(π): $ax + by + cz + d = 0$.

$3x + y - z + d = 0$.

$C_2(119; 42; 125) \in (\pi)$. Logo:

$3.(119) + 42 - 125 + d = 0$

$357 + 42 - 125 + d = 0$

$\boxed{d = -274}$

Portanto, obtemos:

$\boxed{(\pi): 3x + y - z - 274 = 0}$

30

$O_2P(115, 41, 129)$. Assim:

$$d_{O_2P,(\pi)} = \frac{|3.115 + 41 - 129 - 274|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{|345 + 41 - 129 - 274|}{\sqrt{9 + 1 + 1}} = \frac{|-17|}{\sqrt{11}}$$

$$= \frac{17}{\sqrt{11}} \cong 5,12569 \cong \underline{\underline{5,13}}$$

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos de Bach. em Química e Bach. em Química Industrial
Primeira Prova de Álgebra linear e Geometria analítica
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 30/09/2019

Questão 01. Dados os pontos no espaço: $A(1,-2,0)$; $B(0,1,2)$; $C(2,-1,-1)$ e $D(-1,2,1)$, resolva cada item a seguir:

(a) Obtenha a área do triângulo com vértices nos pontos A, B e C.

(b) Obtenha a equação do plano (π) que contém os pontos A, B e C.

(c) Determine a equação da reta (r) que passa pelo ponto D e é perpendicular ao plano (π) do item anterior.

(d) Qual é ângulo entre os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AD}$?

(e) Encontre o volume do paralelepípedo definido pelos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$.

Questão 02. As coordenadas atômicas da amônia estão listadas na tabela abaixo. Calcule o comprimento da ligação NH_3 e o ângulo $H_1 - N - H_2$.

	N	H_1	H_2	H_3
x	$-0,0200$	$0,5390$	$0,1972$	$-0,9788$
y	$-0,9149$	$-0,0887$	$-1,5122$	$-0,6416$
z	$0,1781$	$0,0957$	$-0,6032$	$0,0954$

Questão 03. Faça o balanceamento da equação química da queima do propano

$$C_3H_8 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$$

através de sistemas lineares, via operações elementares sobre linhas.

Questão 04. Abaixo temos a estrutura cristalina do fosfato de ribose. Determine a distância d do oxigênio no fosfato ao plano do anel definido pelos átomos C_2, O_4 e C_3. As coordenadas estão na estrutura e são as apresentadas na matriz abaixo. Para simplificar os cálculos, considere apenas as partes inteiras das coordenadas. Por exemplo, considere $x_{C_2} = 119$ ao invés de $119,664$.

Átomo	x	y	z
O_2P	$115,394$	$41,169$	$129,137$
O_4	$120,546$	$41,818$	$127,822$
C_3	$119,237$	$43,428$	$126,672$
C_2	$119,664$	$42,262$	$125,771$