

Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Licenciatura em Matemática
Terceira Prova de Pré - Cálculo
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: _____ **Data:** 10/07/2019

Questão 01. Esboce o gráfico de cada função abaixo, indicando domínio e imagem:

(a) $f(x) = 1 - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ (b) $f(x) = 2 - \cosh(x - 1)$

(c) $f(x) = \left| \frac{\pi}{4} - \arcsen(1 - x) \right|$ (d) $f(x) = 1 + \coth(x + 2)$

Questão 02. Encontre o valor de $x \in \mathbb{R}$ tal que $\tanh x = \frac{1}{2}$.

Questão 03. Encontre o valor de $\cos(\arcsen \frac{1}{3})$.

Questão 04. Responda cada item a seguir:

(a) Defina a função arco tangente hiperbólica a partir da função tangente hiperbólica, determinando seu esboço gráfico, domínio e imagem.

(b) Em seguida, mostre que

$$f(x) = \operatorname{arctanh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x},$$

e determine o domínio dessa função analisando a condição de existência da mesma [Observe que o seu domínio deve ser **igual** ao domínio que você vai determinar no item (a)].

(c) Obtenha o valor de

$$\operatorname{arctanh} \frac{1}{2} - \operatorname{arctanh} \frac{3}{4}$$

em termos de logaritmos, deixando a resposta o mais simplificada possível.

(d) Usando a notação logarítmica para o arco tangente hiperbólico obtido em (b), conclua que realmente a tangente hiperbólica e o arco tangente hiperbólico são inversas uma da outra, mostrando que

$$\tanh(\operatorname{arctanh}(x)) = x \quad \text{e} \quad \operatorname{arctanh}(\tanh(x)) = x.$$

Questão 05. Determine o módulo do número complexo $z = 2 - 3i$.

