

Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Pré- Cálculo
Prof. Dr. Maurício Zahn

Lista 08 de exercícios - Números complexos - Uma introdução

1. Dados dois números complexos $z = a + bi$ e $w = x + yi$, definimos a soma e a diferença, respectivamente, por

$$z + w = (a + bi) + (x + yi) = (a + x) + (b + y)i;$$

$$z - w = (a + bi) - (x + yi) = (a - x) + (y - b)i;$$

Isto posto, calcule $(1 + 3i) + (2 - 4i)$; $(-1 - 7i) - (2 - 5i)$ e $i - (1 - i)$.

2. Dado um número complexo na forma algébrica $Z = a + bi$, definimos o seu conjugado \bar{Z} por $\bar{Z} = \overline{a + bi} = a - bi$. Isto posto, mostre que

- (a) o conjugado do conjugado de Z é igual a Z .
- (b) o conjugado da soma é igual à soma do conjugado.

3. Demonstre que $\Re(Z) = \frac{Z + \bar{Z}}{2}$ e que $\Im(Z) = \frac{Z - \bar{Z}}{2i}$.

4. Dado o número complexo z , mostre que $\Re z \leq |z|$, onde $|z|$ denota o módulo do número complexo z .

5. Encontre os pontos $z = x + yi$ tais que¹

- (a) $|z| \leq 2$
- (b) $\Im z > 0$
- (c) $\Re \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \leq 1$
- (d) $\Im \left(\frac{1}{1-z} \right) > 1$

Faça também uma representação geométrica em cada caso.

6. Obtenha o módulo de cada número complexo abaixo:

- (a) $z = 2 - i$
- (b) $z = \sqrt{7} + \sqrt{2}i$
- (c) $z = -1 + \sqrt{3}i$
- (d) $z = \frac{1}{2} + 2i$

¹Para os itens (c) e (d) deve-se estudar divisão entre dois números complexos na forma algébrica.