Universidade Federal de Pelotas
Disciplina de Cálculo 2 - Turma T1
Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 13 de Exercícios
(Séries numéricas)

1. Analisar a convergência das séries a seguir e determinar a sua soma.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2-1}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

2. Decida se cada série a seguir é convergente ou divergente, usando um teste adequado.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ (g) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{\sqrt{2^n}}$ (j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n}$ (k) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\arctan n}}{1+n^2}$ (ℓ) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

3. Para todo $p \in \mathbb{N}$ fixado, prove que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)\cdots(n+p)}$$

converge.

4. Mostre que a série $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p}$ converge se $p > 1$ e diverge se $p \leq 1$.

5. Mostre que $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$ converge. Sugestão: utilize o segundo limite notável: $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$.

6. Em cada item, verifique se a série dada converge e, em caso afirmativo, se absolutamente ou condicionalmente:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{n} \frac{(-1)^n n^3}{e^n}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3n-1}{10n+2}$