Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Licenciatura em Matemática
Segunda Prova de Pré - Cálculo
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 12/06/2019

Questão 01. Determine o domínio A da função $f : A \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \ln(x-2) - \frac{x^2-9}{\sqrt{3-x}}.$$

Questão 02. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & \text{se } x \leq 0 \\ 2, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(a) Esboçar o gráfico de f, indicando domínio, imagem e zeros.

(b) A função f é inversível? Justifique. (Dica: use o item anterior)

(c) Esboce o gráfico de $h = |f|$, indicando domínio e imagem.

Questão 03. Defina as funções f e g, respectivamente, por

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 1-2x \quad \text{e} \quad g : \mathbb{R} \to (-\infty, 2),\ g(x) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Construa o gráfico de $h = g \circ f$. Prove que h é inversível e obtenha a inversa h^{-1}. Faça o esboço gráfico de h^{-1} a partir do gráfico de h.

Questão 04. Seja $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ dada por

$$f(x) = \frac{2x-2}{2-x}.$$

Mostre que f é inversível e obtenha a inversa f^{-1}.

Questão 05. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^2 - 3|x| + 2$$

(a) Esboce o gráfico de f e obtenha a sua imagem. Conclua que f não pode ser inversível, justificando sua conclusão.

(b) Obtenha $f^{-1}([1,2])$ (i.e., a imagem inversa do conjunto $[1,2]$ mediante f).

Questão 06. Um pesquisador constata que, em um dado instante existem 500 tartarugas da espécie A e 210 tartarugas da espécie B em uma reserva marinha. Observa-se que, nessa reserva, a população de tartarugas da espécie A diminui à taxa de 7 % ao ano, enquanto que que a população da espécie B aumenta à taxa de 9 % ao ano.

(a) Expresse as funções que descrevem as quantidades de tartarugas de cada uma das duas espécies, em função do tempo t.

(b) Quanto tempo é necessário para que restem apenas 50 tartarugas da espécie A?

(c) Quanto tempo é necessário para que as populações dos dois tipos de tartarugas sejam iguais?