Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Primeira Prova de Cálculo 2 - T1
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 13/05/2019

Questão 01. Seja $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \in [0,1) \\ 4-2x, & \text{se } x \in [1,2] \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico de f e calcule $\int_0^2 f$ das seguintes formas:

(i) geometricamente, através do esboço gráfico de f;

(ii) usando a definição de integral definida;

(iii) usando o Teorema Fundamental do Cálculo.

(b) Obtenha $F : [0, 2] \to \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t)dt$. Explique o que significa $F(\frac{3}{2})$.

(c) Existe $f'(1)$? Existe $F'(1)$? Justifique suas respostas.

Questão 02. Calcule cada integral indefinida a seguir.

(a) $\displaystyle\int e^{\tan 3x} \sec^2 3x \, dx$

(b) $\displaystyle\int \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x}} - \frac{\ln 2x}{x} \right) dx$

(c) $\displaystyle\int \frac{(2-3x)dx}{3x^2 - 5x + 3}$

(d) $\displaystyle\int \frac{x^2}{e^{3x}} \, dx$

Questão 03. Mostre que $\displaystyle\int_1^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+4}} = \frac{3\sqrt{5}-5}{12}$.

Questão 04. (Decaimento radioativo) Se N é o número de átomos radioativos presente num certo material em um instante de tempo t, então, a equação que descreve o decaimento é dada por

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

que estabelece que a variação de decaimento do material radioativo em relação ao tempo é proporcional à massa de material radioativo no referido instante de tempo, onde λ é a *constante de decaimento*.

(a) Se N_0 é o número de átomos radioativos no instante inicial $t = 0$ e N é o número de átomos no instante t, mostre que a equação acima determina $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

(b) O Rubídio–87 é um isótopo natural do rubídio. Sabendo que a constante de decaimento do Rubídio–87 é $\lambda = 1,42 \cdot 10^{-11}/ano$, quanto tempo levará para que o número de átomos desse isótopo seja 1% de sua quantidade inicial?

(c) Mostre que a meia-vida[1]do Rubídio–87 é de aproximadamente 49 bilhões de anos, ou seja, mais do que três vezes a idade estimada do universo.

[1]Em uma reação Física ou Química, chama-se *meia-vida* ou *tempo de semidesintegração*, o tempo necessário para que uma certa quantidade de átomos radioativos de um certo material decaia à metade.