Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Primeira Prova de Pré- Cálculo
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 24/04/2019

Questão 01. Considere os conjuntos $A = \{0, \{0\}, \{\{0\}\}\}$ e $B = \{\{0\}\}$.

(a) Verifique se cada item a seguir é verdadeiro ou falso, justificando sua decisão:

(i) $\{0\} \in A$. (ii) $\{0\} \subset A$.

(iii) $B \subset A$. (iv) $B \in A$.

(b) Quantos elementos possuem os conjuntos $\mathcal{P}(A)$ e $\mathcal{P}(B)$? Liste-os.

(c) Determine $A \times B$, $A \setminus B$ e $\complement_A B$.

Questão 02. Sendo o universo E o conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros, considere a família de conjuntos $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ cujos membros são definidos por

$$A_n = \{x \in \mathbb{Z} : n - 2 \leq x < n^2\}.$$

(a) Liste os quatro primeiros conjuntos dessa família, i.e., A_1, A_2, A_3 e A_4.

(b) Sem provar, apenas observando os conjuntos A_1, A_2 e A_3, determine $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n$.

(c) Determine $A_1 \times A_2$ e faça uma representação gráfica do mesmo.

(d) Justifique que é **falsa** a igualdade $\mathcal{P}(A \times B) = \mathcal{P}(A) \cdot \mathcal{P}(B)$, para A e B conjuntos não vazios de um universo E (**Sugestão:** Trabalhe com $A = A_1$ e $B = A_2$ da família dada e observe a quantidade de elementos de cada um dos objetos da suposta igualdade acima).

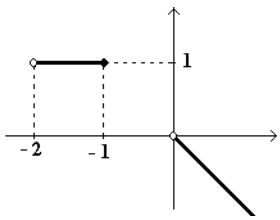
Questão 03. Prove cada item abaixo.

(a) Prove que o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

(b) Sendo A e B conjuntos em um universo E, prove que $A \subset B$ se, e somente se, $A \cap B^{\complement} = \emptyset$.

(c) Prove que $\sqrt{2}$ é irracional. A soma de números irracionais resulta em um número irracional? Justifique.

Questão 04. Resolva, no corpo ordenado dos reais, a inequação $\left|\dfrac{2-x}{2x-1}\right| \leq 1$.

Questão 05. Defina função. Apresente, através de diagramas com setas, um exemplo e um contra-exemplo de função.

Questão 06. Determine domínio e imagem da função de variável real f cujo gráfico é apresentado abaixo: