

**Universidade Federal de Pelotas**  
**Disciplina de Cálculo II - Turmas T3, T6 e T7**  
**Prof. Dr. Maurício Zahn**  
**Lista 04 de Exercícios**

1. Calcule as integrais indefinidas abaixo.

(a)  $\int \frac{dx}{2+3x}$       (b)  $\int \frac{4x^2 - 2\sqrt{x}}{x} dx$       (c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x}}$   
 (d)  $\int \frac{x dx}{2+4x^2}$       (e)  $\int \left( \frac{\sqrt{5x}}{5} + \frac{5}{\sqrt{5x}} \right) dx$       (f)  $\int \frac{\sin x dx}{1-\cos x}$   
 (g)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{a^4+x^4}}$       (h)  $\int \frac{2+\ln x}{x} dx$       (i)  $\int \frac{x^3 dx}{x+1}$

2. Calcule cada integral a seguir, usando a integração por partes.

(a)  $\int x \sin x dx$       (b)  $\int x \sec^2 x dx$       (c)  $\int \operatorname{arccot} x dx$   
 (d)  $\int \arccos 2x dx$       (e)  $\int x^2 e^{-x} dx$       (f)  $\int \ln x dx$   
 (g)  $\int x^2 \arcsin x dx$       (h)  $\int \frac{\ln x dx}{(x+1)^2}$       (i)  $\int \arctan \sqrt{x} dx$   
 (j)  $\int e^{2x} \cos 3x dx$       (k)  $\int (x^3 - 3x + 1) \ln x dx$   
 (l)  $\int \arcsin \sqrt{\frac{x}{2}} dx$       (m)  $\int \csc^3 x dx$       (n)  $\int e^{2x} \sin \frac{x}{2} dx$

3. Leia atentamente a tira abaixo, adaptada da Turma do Mandachuva.



O problema que os personagens discutem consiste na resolução da integral indefinida

$$\int \sin x \cos x dx.$$

Pela narrativa da tira, existem diferentes formas de se calcular essa integral.

- Calcule  $\int \sin x \cos x dx$  usando a dica que o Mandachuva dá no primeiro quadro.
- Mandachuva também comenta, no segundo quadro, outra forma de resolver o problema acima. Resolva-o dessa outra forma também.
- O personagem Chuchu, que está de camiseta branca, no segundo quadro, faz a mudança  $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ . Resolva dessa forma o mesmo problema.
- No terceiro quadro, um terceiro personagem afirma ter usado integração por partes. Resolva dessa forma.
- Cada caso resolvido acima apresenta uma resposta aparentemente diferente, no entanto, todas elas são equivalentes. Você saberia explicar isso ao personagem Batatinha (o mais baixo no terceiro quadro)?

4. Deduza a seguinte fórmula de recorrência: dado  $r \in \mathbb{R}$ , vale a fórmula:

$$\int x^r e^x dx = x^r e^x - r \int x^{r-1} e^x dx.$$

5. Use a fórmula do exercício anterior para calcular  $\int x^4 e^x dx$ .

6. Deduzir, onde  $r \in \mathbb{R}$ , a fórmula:

$$\int x^r \ln x dx = \begin{cases} \frac{x^{r+1}}{r+1} \ln x - \frac{x^{r+1}}{(r+1)^2} + c, & \text{ser } \neq -1 \\ \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c, & \text{ser } = -1 \end{cases}$$

Em seguida, calcule  $\int x^{12} \ln x dx$ .

7. Mostre que,  $\forall n \in \mathbb{N}$ , vale

$$\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx.$$

Em seguida, calcule  $\int \sin^4 x dx$ .

8. Calcule cada integral definida a seguir:

$$(a) \int_{-1}^2 \ln(x+2) dx \quad (b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \sqrt{2x} dx \quad (c) \int_0^1 x^2 e^{-x} dx$$

9. Mostre que  $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsen x dx = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ .