**Universidade Federal de Pelotas**
**Disciplina de Cálculo 2 - Turmas T3, T6 e T7**
**Prof. Dr. Maurício Zahn**
**Lista 3 de Exercícios**

1. Podemos integrar $\int \sec^2 x \tan x \, dx$ de duas maneiras como segue:

   (a) $\int \sec^2 x \tan x \, dx = \int \tan x (\sec^2 x \, dx) = \dfrac{1}{2}\tan^2 x + c,$

   (b) $\int \sec^2 x \tan x \, dx = \int \sec x (\sec x \tan x \, dx) = \dfrac{1}{2}\sec^2 x + c.$

   Explique a diferença aparente entre as duas respostas.

2. Parece que podemos integrar $f(x) = 2\sin x \cos x$ em relação à $x$ de três formas diferentes como seguem:

   - $\int 2\sin x \cos x \, dx = \int 2u \, du$, onde $u = \sin x$ e, portanto,
     $$= u^2 + c = \sin^2 x + c.$$
   - $\int 2\sin x \cos x \, dx = \int -2u \, du$, onde $u = \cos x$ e, portanto,
     $$= -u^2 + c = -\cos^2 x + c.$$
   - $\int 2\sin x \cos x \, dx = \int \sin 2x \, dx = -\dfrac{\cos 2x}{2} + c.$

   Poderiam as três integrações estarem corretas? Justifique.

3. É verdade que
   $$\int f(x)\cdot g(x)\, dx = \int f(x)\, dx \cdot \int g(x)\, dx\,?$$
   Justifique com um exemplo.

4. *Gangues de ruas.* A “Gangue dos integrais” ataca novamente! Mais uma vez esses famigerados mostram que não têm limites, e não estamos nos referindo a limites de integração, pois sua pichação é “indefinida”. Dessa vez os famigerados fizeram uma pichação num pilar de um viaduto, como mostramos abaixo.


   A ousadia dessa gangue transcede o crime da pichação pois, matematicamente, sua pichação está errada. Você foi convocado para dar uma lição a esses famigerados! Corrija-os apontando porque a pichação está mal, e acerte-a.

5. (a) Se $f$ for uma função ímpar, ou seja, se $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in \mathrm{D}(f)$, o que resultará
   $$\int_{-a}^{a} f(x)dx\,?$$

   (b) Calcule $\int_{-3}^{3} x^{89}\cdot\cos(4x)\, dx.$

6. Calcule cada integral indefinida a seguir.

(a) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(\ln x)dx}{x}$ (b) $\displaystyle\int \cos\sqrt{x}\frac{dx}{\sqrt{x}}$ (c) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\ln^2 x}$

(d) $\displaystyle\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2-4}}dx$ (e) $\displaystyle\int \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x}}-\frac{\ln x}{x}\right)dx$ (f) $\displaystyle\int \frac{e^{\frac{1}{x}}dx}{x^2}$

(g) $\displaystyle\int \frac{x^2dx}{1+x^6}$ (h) $\displaystyle\int 5^{\sqrt{x}}\frac{dx}{\sqrt{x}}$ (i) $\displaystyle\int \frac{e^t}{\sqrt{1-e^{2t}}}dt$

(j) $\displaystyle\int x\cdot 7^{x^2}dx$ (k) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\cos^2 x}dx$ ($\ell$) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$

(m) $\displaystyle\int \frac{\arctan\frac{x}{2}}{4+x^2}dx$ (n) $\displaystyle\int \sec^2(ax+b)dx$ (o) $\displaystyle\int \frac{1+\operatorname{sen}3x}{\cos^2 3x}dx$

(p) $\displaystyle\int x\sqrt[5]{5-x^2}dx$ (q) $\displaystyle\int \frac{3-\sqrt{2+3x^2}}{2+3x^2}dx$ (r) $\displaystyle\int \frac{4dx}{x^2+9}$

(s) $\displaystyle\int \frac{dx}{3-x^2}$ (t) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6}}$ (u) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

(v) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$ (w) $\displaystyle\int \frac{3dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$ (x) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-6x+5}$

(y) $\displaystyle\int \frac{(3x-2)dx}{1-6x-9x^2}$ (z) $\displaystyle\int \frac{(2x+3)dx}{\sqrt{4-3x^2}}$ ($\alpha$) $\displaystyle\int \frac{(x+2)dx}{x^2-6x+5}$

7. Calcule cada integral definida a seguir, usando o teorema fundamental do cálculo.

(a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{(1-x)dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$ (b) $\displaystyle\int_2^4 \frac{(3x-7)dx}{x^2-3x+2}$ (c) $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{(3-x)dx}{6-2x-x^2}$