Universidade Federal de Pelotas
Curso de Engenharia Agrícola
Primeira Prova de Cálculo Integral
Prof. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 30/06/2009.

Questão 01. Seja $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ limitada, i.e., $\exists\, M > 0$ tal que $|f(x)| \leq M$, $\forall x \in [a,b]$. Usando as propriedades de integral definida estudadas em aula, mostre que

$$\left| \int_a^b f(x)\,dx \right| \leq M|b-a|.$$

Questão 02. Podemos integrar $\displaystyle\int \sec^2 x \tan x\,dx$ de duas maneiras como segue:

(a) $\displaystyle\int \sec^2 x \tan x\,dx = \int \tan x(\sec^2 x\,dx) = \frac{1}{2}\tan^2 x + c,$

(b) $\displaystyle\int \sec^2 x \tan x\,dx = \int \sec x(\sec x \tan x\,dx) = \frac{1}{2}\sec^2 x + c.$

Explique a diferença aparente entre as duas respostas.

Questão 03. Utilize o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular

$$\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx,$$

onde $f(x) = |e^x \sin x|$.

Questão 04. Em cada item a seguir, calcule a antiderivada de cada função.

(a) $\displaystyle\int \left(\frac{2}{x^3} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{5}{2x-1} \right) dx$

(b) $\displaystyle\int \frac{\sec^2 x\,dx}{2 + 3\tan x}$

(c) $\displaystyle\int \frac{(3x-1)\,dx}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$

(d) $\displaystyle\int \sqrt{\frac{x}{x-1}}\,dx$

(e) $\displaystyle\int \frac{\ln(x^2+1)}{(x-3)^2}dx$

(f) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{1+x^3}$