

Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos de Bach. em Meteorologia e Lic. em Física
Primeira Prova de Cálculo II
Prof. Maurício Zahn

Nome:

Data: 05/05/2010.

Questão 01. Seja $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Esboce o gráfico da f e calcule a integral definida $\int_0^2 f(x)dx$ das seguintes formas:

- (a) de acordo com a Geometria Plana, i.e., calculando a área da figura subentendida;
- (b) de acordo com a definição de integral definida;
- (c) usando o Teorema Fundamental do Cálculo.

Questão 02. Calcule cada integral indefinida a seguir.

(a) $\int \left(\frac{2x}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sec(1-2x)} + \ln x \right) dx$

(b) $\int \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x^2} dx$

(c) $\int \frac{(2x+7)dx}{\sqrt{x^2+4x+3}}$

(d) $\int \frac{3x^2+11x+2}{(x+3)(x^2-1)}$

(e) $\int \frac{(2x^3-4)dx}{(x^2+1)(x+1)^2}$

(f) $\int \frac{2x}{(x^2-4)^2} \ln(x+1) dx$

Questão 03. Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ possui derivada integrável, ponha $m = \frac{a+b}{2}$. Prove que

$$f(a) + f(b) = \frac{2}{b-a} \int_a^b [f(x) + (x-m)f'(x)] dx.$$

Sugestão: Separe a integral dada em duas integrais e integre uma delas por partes.