

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Análise Real I - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 10 de Exercícios
(Limites notáveis)

1. Calcule cada limite abaixo, se existir:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin x} & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2} \\ \text{(d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{-2x} & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 1}\right)^{6x-4} & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 4}\right)^{\frac{1-2x^2}{3x-1}} \\ \text{(g)} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \sin x)^{\cot x + 4} & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x^3 + 1}\right)^{\frac{1}{x}} & \text{(i)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \ln \sec x \end{array}$$

2. Usando o segundo limite notável, prove o importante limite abaixo, onde $a > 0$, $a \neq 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$$

3. Usando o exercício anterior, calcule os seguintes limites:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{\sin 3x} & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{mx} - 1}{3^x - 8^{2x}} & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x} \end{array}$$

4. (a) Sabendo que a função *seno hiperbólico* de um arco $x \in \mathbb{R}$ é definido por

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

represente $x = \operatorname{arcsinh} y$ em termos de logaritmos.

(b) Com a representação obtida em (a), calcule o limite $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{y} \operatorname{arcsinh} y$.

5. (a) Sabendo que a função *tangente hiperbólica* de um arco $x \in \mathbb{R}$ é definida por

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x},$$

represente $x = \operatorname{arctanh} y$ em termos de logaritmos.

(b) Com a representação obtida em (a), calcule o limite $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{1-y}{y \cdot \sin y} \operatorname{arctanh} 5y^2$.