Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos de Física e Matemática
Segunda Prova de Álgebra Linear I
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 08/03/2018

Questão 01. Considere as bases β e γ do espaço vetorial $\mathbb{R}^2$:

$$\beta = \{(0,2);\,(-1,3)\} \quad \text{e} \quad \gamma = \{(1,1);\,(0,-1)\}.$$

Obtenha a matriz de mudança de base $[I]_\gamma^\beta$. Em seguida, dado o vetor $\vec{u}$ tal que $[\vec{u}]_\beta = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, obtenha $[\vec{u}]_\gamma$ usando a matriz da mudança.

Questão 02. Encontre a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(1,-1) = (2,2)$ e $T(2,1) = (3,-1)$. Em seguida, represente a matriz T nas bases canônicas do $\mathbb{R}^2$ e verifique se T é isomorfismo.

Questão 03. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ a transformação dada por

$$T(x,y,z) = (2x + y - z, 3x - 2y + 4z).$$

(a) Mostre que T é linear.

(b) Determine $\ker(T)$, $\mathrm{Im}(T)$ e suas dimensões. T é injetiva? Justifique.

(c) Sendo $\beta = \{(1,1,1);(-1,0,0);(1,1,0)\}$ e $\gamma = \{(1,3);(1,4)\}$, respectivamente, bases de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$, obtenha a matriz $[T]_\gamma^\beta$ da transformação.

Questão 04. Seja $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear dada por

$$L(x,y,z) = (3x, x - y, 2x + y + z).$$

(a) Determine os autovalores e autovetores de L, exibindo os autoespaços correspondentes e suas respectivas dimensões.

(b) Obtenha $T \circ L$, onde T é a transformação linear da questão anterior.

(c) Determine $\ker(L)$, $\mathrm{Im}(L)$ e suas dimensões.

(d) Sem efetuar cálculos, ou seja, utilizando apenas os resultados teóricos provados em aula, mostre que L é um isomorfismo. Em seguida, obtenha a inversa L^{-1}.

Questão 05. Mostre que uma matriz A e a sua transposta A^t possuem mesmos autovalores.

Questão	01	02	03	04	05
Valor	1,5	1,5	4,0	5,0	1,0