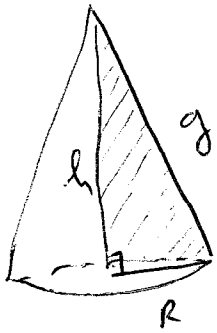
GABARITO PROVA 2 DE GEOM. ESPACIAL.

01)



$h = 9\pi$ cm

$A_b = A_{seção} = \frac{2R \cdot h}{2} = R \cdot h$ (*)

Por outro lado, temos:

$A_b = \pi R^2$. Assim, comparando com (*), obtemos a igualdade:

$\pi R^2 = R \cdot h \Rightarrow \pi R^2 = R \cdot 9\pi$

$\Rightarrow \boxed{R = 9 \text{ cm}}$ 0,5

Assim:

$g = \sqrt{R^2 + h^2}$

$\Rightarrow g = \sqrt{81 + 81\pi^2} = 9\sqrt{1+\pi^2}$ cm. 0,5

Então:

$A_T = A_\ell + A_b = \pi R g + \pi R^2$

$= \pi R (g + R)$ 0,5

$= \pi \cdot 9 (9\sqrt{1+\pi^2} + 9) = 81\pi(1 + \sqrt{1+\pi^2})$ cm²

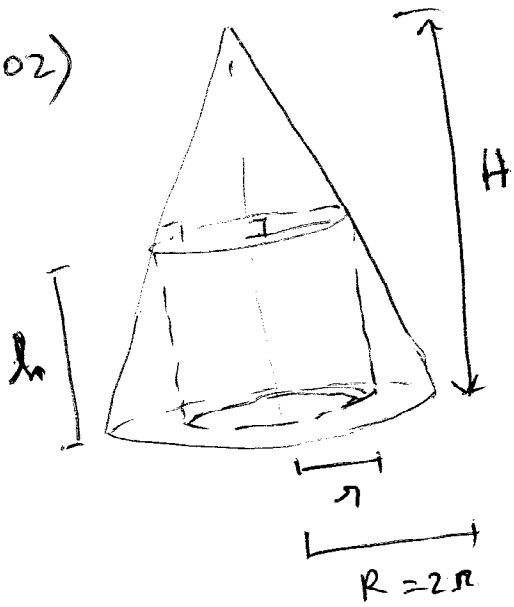
e

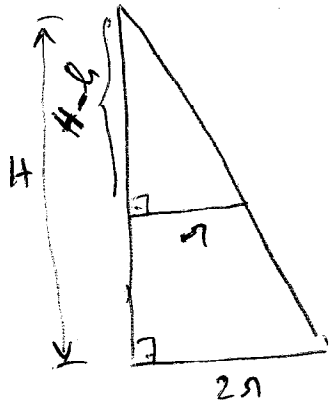
$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 9\pi}{3}$

$\boxed{V = 243\pi^2 \text{ cm}^3}$ 0,5

TOTAL: 3,0

02)





$$\frac{H}{2r} = \frac{H-h}{r}$$ 0,5

$$2H - 2h = H$$

$$\Rightarrow H = 2h$$

Assim:

$$V_{cone} = \frac{A_b \cdot H}{3} = \frac{\pi (2r)^2 \cdot 2h}{3} \quad \frac{8\pi r^2 h}{3}$$ 0,5

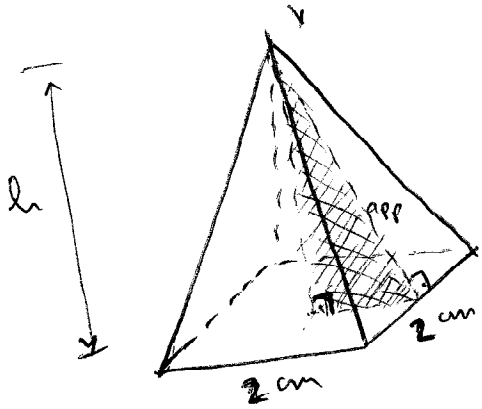
$$V_{cil.} = A_b \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

TOTAL: 2,0

$$\Rightarrow \frac{V_{cone}}{V_{cil}} = \frac{\frac{8\pi r^2 h}{3}}{\pi r^2 h} = \frac{8}{3}$$

1,0

03) $A_\ell = ?$ $A_T = ?$ $V = ?$



BASE: QUADRADO $2 \times 2\ cm^2$

$a_{pp} = 7\ cm$

$2p = 8\ cm \Rightarrow p = 4\ cm$ (SEMIPERÍM)

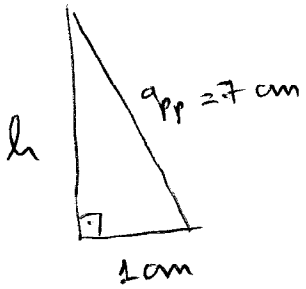
$A_\ell = p \cdot a_{pp}$

$A_\ell = 4 \cdot 7 = 28\ cm^2$ 0,5

$\boxed{a_{rb} = 2\ cm}$

$\parallel$

a_{pb}



$a_{pp}^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{49 - 1} = \sqrt{48}$

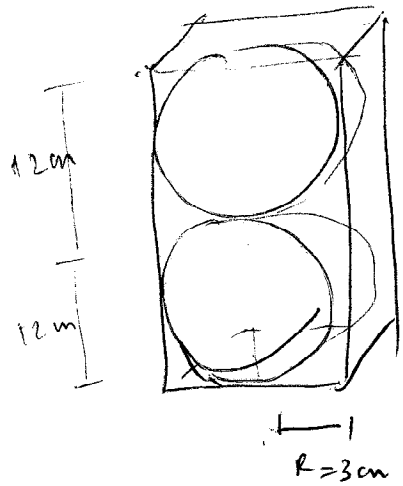
$\boxed{h = 4\sqrt{3}\ cm}$ 0,5

$A_T = A_\ell + A_b = 28 + (2)^2 = 28 + 4 = 32\ cm^2$ 0,5

$V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{(2)^2 \cdot 4\sqrt{3}}{3} = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}\ cm^3$ 0,5

TOTAL: 2,0

04)



$a = 6cm \Rightarrow R = 3cm$ (raio de cada esfera).

$h = 2 \times (2R) = 2.(2.3) = 12cm$

BASE: QUADRADO 6X6 cm

a) $V_{líquido} = V_{cil} - 2 \times V_{esfera}$, onde:

$$V_{cil} = A_b . h = (6)^2 . 12 = 432\ cm^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi . (3)^3}{3} = 36\pi\ cm^3$$

0,5

$$\Rightarrow V_{líquido} = 432 - 2 \times 36\pi = (432 - 72\pi)\ cm^3.$$

$$\approx 432 - 226,08 \approx 205,92\ cm^3$$

0,5

b) $205,92 \approx A_b . h$ (do recipiente)

$$205,92 \approx (6)^2 . h \Rightarrow h \approx \frac{205,92}{36}$$

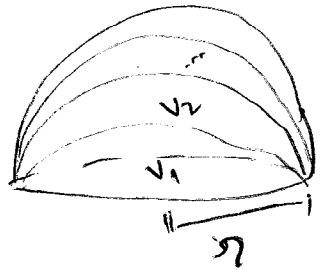
$$\Rightarrow h \approx 5,72\ cm$$

1,0

TOTAL: 2,0

04

05)



n cunhas esféricas.

$(V_1, V_2, \dots, V_n)$ – P.A.

$V_1 = \dfrac{\pi r^3}{18}$. RAZÃO $= \dfrac{\pi r^3}{45}$.

$$V_n = V_1 + (n-1).R$$

$$V_n = \frac{\pi r^3}{18} + (n-1).\frac{\pi r^3}{45} \quad 0{,}5$$

$$V_{semi\text{-}esfera} = \frac{(V_1 + V_n).n}{2} \quad 0{,}5$$

$$\parallel$$

$$\frac{4\pi r^3}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi r^3}{3} = \frac{\left(\frac{\pi r^3}{18} + \frac{\pi r^3}{18} + (n-1).\frac{\pi r^3}{45}\right).n}{2} \quad 0{,}5$$

$$\frac{4\pi \cancel{r^3}}{3} = \frac{\pi \cancel{r^3}}{9}n + (n^2-n).\frac{\pi \cancel{r^3}}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{n}{9} + \frac{n^2-n}{45} \quad (\times 45) \quad 0{,}5$$

$$60 = 5n + n^2 - n$$

$$\Rightarrow n^2 + 4n - 60 = 0$$

$$n = \frac{-4 \pm \sqrt{16+240}}{2.1}$$

$$n = \frac{-4 \pm 16}{2}$$

$$\boxed{n = 6} \quad 0{,}5$$

Resposta: 6 cunhas esféricas.

04

Fundação Universidade Federal de Pelotas

Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Licenciatura em Matemática
Segunda Prova de Geometria Espacial
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 22/02/2018

"A Geometria é a arte de raciocinar sobre as figuras mal desenhadas."
Henri Poincaré

Questão 01. Um cone reto de altura 9π cm possui uma base equivalente à sua seção meridiana. Determine a área total desse cone e o seu volume.

Questão 02. Um cilindro circular reto de altura h e raio da base r está inscrito em um cone circular reto de altura H e raio da base R. Se $R = 2r$, determine a relação $\dfrac{V_{\text{cone}}}{V_{\text{cilindro}}}$ entre os seus volumes.

Questão 03. Calcule a área lateral, a área total e o volume de uma pirâmide quadrangular regular, sendo 7 cm a medida do apótema da pirâmide e 8 cm a medida do perímetro da base.

Questão 04. Duas esferas maciças iguais e tangentes entre si estão inscritas em um paralelepípedo retângulo, cuja aresta da base mede 6 cm. [Obs.: considere $\pi \approx 3,14$]

(a) Se o espaço entre as esferas e o paralelepípedo está preenchido por um líquido, qual o volume aproximado de líquido contido no recipiente?

(b) Se retirarmos as duas esferas do paralelepípedo retângulo sem derramar o líquido, determine a altura aproximada que o mesmo ficará dentro do recipiente.

Questão 05. Uma semi-esfera de raio r é seccionada por n meridianos, determinando n cunhas esféricas. Os volumes das referidas cunhas estão em progressão aritméticas de razão $\dfrac{\pi r^3}{45}$. Sabendo que o volume da menor cunha é $\dfrac{\pi r^3}{18}$, determine o número de cunhas esféricas em que a semi-esfera é seccionada.

Questão	01	02	03	04	05
Valor	2,0	2,0	2,0	2,0	2,5