Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Trigonometria - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 08 de Exercícios - Números Complexos

1. Prove que $e^{i\theta} = e^{i(\theta+2k\pi)}$, para todo $k \in \mathbb{Z}$.

2. Simplificar o complexo abaixo ao máximo, deixando-o na forma polar:

$$\frac{(3e^{i\frac{\pi}{6}}) \cdot (2e^{-i\frac{5\pi}{4}}) \cdot (6e^{\frac{5\pi i}{6}})}{(4e^{\frac{2\pi i}{3}})^2}.$$

3. Se $z = 6e^{\frac{\pi}{3}}$, calcule $|e^{iz}|$.

4. Usando a notação polar, calcule a potência:

$$\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}.$$

5. Usando a notação complexa para seno e cosseno, prove as identidades:

   (a) $\operatorname{sen}^3\theta = \dfrac{3}{4} \cdot \operatorname{sen}\theta - \dfrac{1}{4} \cdot \operatorname{sen} 3\theta$.

   (b) $\cos^4\theta = \dfrac{1}{8} \cdot \cos 4\theta + \dfrac{1}{2}\cos 2\theta + \dfrac{3}{8}$.

6. Usando as notações complexas para $\operatorname{sen} x$ e $\cos x$, mostre que $\operatorname{senh} ix = i \operatorname{sen} x$, $\cosh ix = i\cos x$ e que $\tanh ix = i \tanh x$. Deduza para as demais funções trigonométricas as hiperbólicas correspondentes.

7. Usando o exercício anterior, simplifique o complexo abaixo e determine o seu módulo.

$$z = \frac{\operatorname{sech}\frac{i\pi}{3} - \sqrt{3}\tanh\frac{i\pi}{6} + \operatorname{csch}\frac{i3\pi}{2}}{\operatorname{senh}\frac{i\pi}{2} + \cosh^2 i\pi - \coth\frac{i\pi}{4}}.$$

8. Calcule o módulo do número complexo: $z = \dfrac{\sinh(\frac{8\pi}{3}i) + \operatorname{csch}(\frac{61\pi}{6}i)}{\tanh(\frac{56\pi}{6}i) - \cosh(77\pi i)}$.