Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos de Física e Matemática
Primeira Prova de Álgebra Linear I
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 28/11/2017

Questão 01. Resolva o sistema linear $\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + y + z = 0 \\ -2x + 2y - z = 2 \end{cases}$ através da regra de Cramer.

Questão 02. Calcule a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ de duas maneiras:

(a) usando o algoritmo para obter a inversa via operações elementares sobre linhas;

(b) através da matriz adjunta.

Questão 03. Sejam A, B e C matrizes $n \times n$ tais que $A = BC$, com B inversível.

(a) Prove que $\det C = \dfrac{\det A}{\det B}$.

(b) Prove que qualquer sequência de operações elementares sobre linhas que reduz B à I_n, também reduz A à C.

Questão 04. Dizemos que uma matriz quadrada A é *ortogonal* se $A \cdot A^T = A^T A = I$.

(a) Se A for uma matriz ortogonal, mostre que $\det A = \pm 1$.

(b) Se A e B forem duas matrizes ortogonais de mesmo tamanho, mostre que $A \cdot B$ também é ortogonal.

Questão 05. Considere o subconjunto $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \,:\, 2x + y - t = 0 \text{ e } z = 0\}$ do espaço vetorial $\mathbb{R}^4$.

(a) Mostre que W é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^4$.

(b) Determine uma base para W e $\dim W$.

(c) Represente o vetor $\vec{u} = (3, -4, 0, 2)$ como uma combinação linear dos vetores da base de W determinada no item anterior.

Questão 06. O conjunto $W = \{A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R}) \,:\, A \text{ é inversível}\}$ munido da adição usual de matrizes e o produto usual de um escalar por uma matriz é um subespaço vetorial de $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$? Justifique.

Questão 07. Se $\beta = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ é um conjunto L.I. de vetores de um espaço vetorial V, então prove que o conjunto $\{\vec{v}_1 - \vec{v}_2, \vec{v}_1 + \vec{v}_3, 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2 + 2\vec{v}_3\}$ também é L.I.

Questão 08. O conjunto $\beta = \{(0, 1, 1); (1, 1, 0); (1, 2, 1)\} \subset \mathbb{R}^3$ forma uma base para o $\mathbb{R}^3$? Justifique.

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08
Valor	1,0	3,0	2,0	1,0	1,5	1,0	1,0	1,0