Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Trigonometria - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 05 de Exercícios

1. Resolva as equações abaixo:

   (a) $2 - 2\cos x = \operatorname{sen} x \cdot \tan x$
   (b) $2\operatorname{sen}^2 x + 6\cos x = 5 + \cos 2x$
   (c) $(1 - \tan x)(1 + \operatorname{sen} 2x) = 1 + \tan x$
   (d) $\cos 2x - 3\operatorname{sen} x + 1 = 0$
   (e) $\operatorname{sen} x + \cos x = -1$
   (f) $\sqrt{3}\ \operatorname{sen} x - \cos x = -\sqrt{3}$
   (g) $\cos x + \sqrt{3}\operatorname{sen} x = 1$
   (h) $\operatorname{sen} 7x + \operatorname{sen} 5x = 0$
   (i) $\cos 3x + \ \operatorname{sen} 2x = 0$
   (j) $\operatorname{sen} 7x + \cos 3x = \cos 5x - \operatorname{sen} x$

2. Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes inequações:

   (a) $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
   (b) $\tan x > 1$
   (c) $\operatorname{sen} x < -\frac{1}{2}$
   (d) $2\cos x > \sqrt{3}$
   (e) $-\frac{1}{2} \leq \operatorname{sen} x < \frac{\sqrt{2}}{2}$
   (f) $|\operatorname{sen} x| \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$
   (g) $\operatorname{sen} x + \cos x < 1$
   (h) $|\tan x| \geq \sqrt{3}$
   (i) $\operatorname{sen} x + \cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$
   (j) $2\operatorname{sen}^2 x < \operatorname{sen} x$
   (k) $\cos 2x + \cos x \leq -1$
   (ℓ) $4\cos^2 x < 3$

3. Para quais valores de x, existe o número $\log_2(\operatorname{sen} x - 1)$?

4. Determine o domínio da função $f(x) = \log_{\tan x}(2\operatorname{sen} x - 1)$.

5. Seja $y = a^{\ln \tan x}$, onde $0 < a < 1$. Determine x para que $\ln y \geq 0$.

6. Calcule as medidas dos ângulos internos de um triângulo de lados $a = 2$ cm, $b = \sqrt{6}$ cm e $c = 1 + \sqrt{3}$ cm.

7. Calcule a medida do lado c de um triângulo ABC sendo dados $\hat{A} = 120°$, $b = 1$ cm e $\dfrac{a}{c} = 2$.

8. Em um triângulo ABC sabe-se que $a = 2b$ e $\hat{C} = 60°$. Calcule os outros dois ângulos.

9. Dois lados de um terreno triangular são 250 m e 200 m, e o ângulo interno entre tais lados mede 60°. Determine o perímetro desse terreno. Determine também a sua área.

10. Uma bóia, localizada em um ponto B, está a 6 milhas de distância de um ponto A em uma extremidade de uma ilha e distante 10 milhas de um ponto C na outra extremidade da ilha. Se o ângulo BAC mede 135°, determine a distância do ponto A ao ponto C.

11. Um topógrafo deseja saber a distância através de um córrego de um ponto A ao ponto B. Ele conclui que a distância de A a um ponto C no mesmo lado da corrente é 600 pés e os ângulos BAC e BCA são, respectivamente, 45° e 75°. Encontrar a distância AB.

12. Ache a área de um triângulo ABC, sabendo que $\overline{AB} = 10$ cm, $\hat{A} = 30°$ e $\hat{B} = 45°$.

13. Duas vias férreas se cortan em um ângulo de 30°. Do ponto de intersecção partem simultaneamente duas máquinas, uma por cada via. Uma delas viaja a uma velocidade de 20 milhas por hora. A que velocidade deve viajar a outra para que depois de 3 horas a distância entre as máqinas seja de 30 milhas?

14. Querendo determinar a área de um lote triangular, seu proprietário, saindo de uma esquina, percorre 215 m até a próxima esquina de seu terreno, vira $78,4°$ e percorre mais 314 m até a terceira esquina de seu lote. Qual é a área do lote?

15. Um artista deseja fazer uma placa com a forma de um triângulo isósceles com um ângulo no vértice de $42°$ e a base de 18 m. Qual será a área da placa?

16. Em um triângulo de lados $a = 3$ m e $b = 4$ m, diminuindo-se em $60°$ o ângulo que esses lados formam, obtém-se uma diminuição de 3 m^2 de sua área. Qual é a área do triângulo inicial?

17. Em um triângulo ABC, prove que

$$a + b + c = (b + c)\cos A + (c + a)\cos B + (a + b)\cos C.$$

18. Em um triângulo ABC, prove que

$$\frac{a-b}{c} = \frac{\operatorname{sen}\dfrac{A-B}{2}}{\cos\dfrac{C}{2}}$$

e

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\cos\dfrac{A-B}{2}}{\operatorname{sen}\dfrac{C}{2}}.$$

Essas fórmulas são chamadas de *equações de Mollweide*.

19. Em um triângulo ABC, prove que

$$\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}.$$